

# *Come Rilevare il Diametro Angolare*

di

## *Un Oggetto Astronomico*

a cura di:

Giuseppe Giliberto

con la collaborazione di:

Emanuele Russo

Associazione Cernuschese Astrofili  
Osservatorio Gabriele Barletta

Ottobre 2019

# Come Rilevare il Diametro Angolare di Un Oggetto Astronomico

## Introduzione

L'osservazione astronomica amatoriale eseguita con mezzi opportuni ed adeguati generalmente si prefigge lo scopo di ottenere belle immagini di oggetti astronomici che sono il risultato di paziente e lunga applicazione nel tempo (ore) durante la notte seguite da elaborazione tramite specifici programmi software.



*Fig. 1 M31 Galassia Andromeda del tipo a spirale a 2,53ml dalla Terra in direzione della costellazione Andromeda.*

Tuttavia alla soddisfazione della bellezza delle immagini ottenute si può aggiungere anche quella nella ricerca di eseguire delle misure relative alle dimensioni degli oggetti astronomici (sole, luna, pianeti, nebulose, galassie, ed altro) e volendo anche misurare separatamente parti di questi oggetti.

Viene presentata in questa nota una tecnica elementare, semplice e veloce allo scopo di rilevare il diametro angolare, **Da**, entro cui si include e si vede l'oggetto in esame.

## Diametro Angolare

Nel definire il *diametro angolare* (o *Dimensione angolare*) di un oggetto è opportuno, per generalità, iniziare da una estensione di questo ed introdurre il concetto di Angolo di Campo o Campo di Vista o, con terminologia inglese FOV (**field of view**).

Possiamo pensare intuitivamente ad un angolo di campo, **Ac**, come all'apertura angolare di uno cono che delimita ed include una regione dello spazio visibile a partire da un punto di osservazione **Po**. L'ampiezza del campo dipende dalle caratteristiche del sistema ottico (occhio, lente, foto camera ed altro). Nella fig. 2 è approssimato questo concetto.

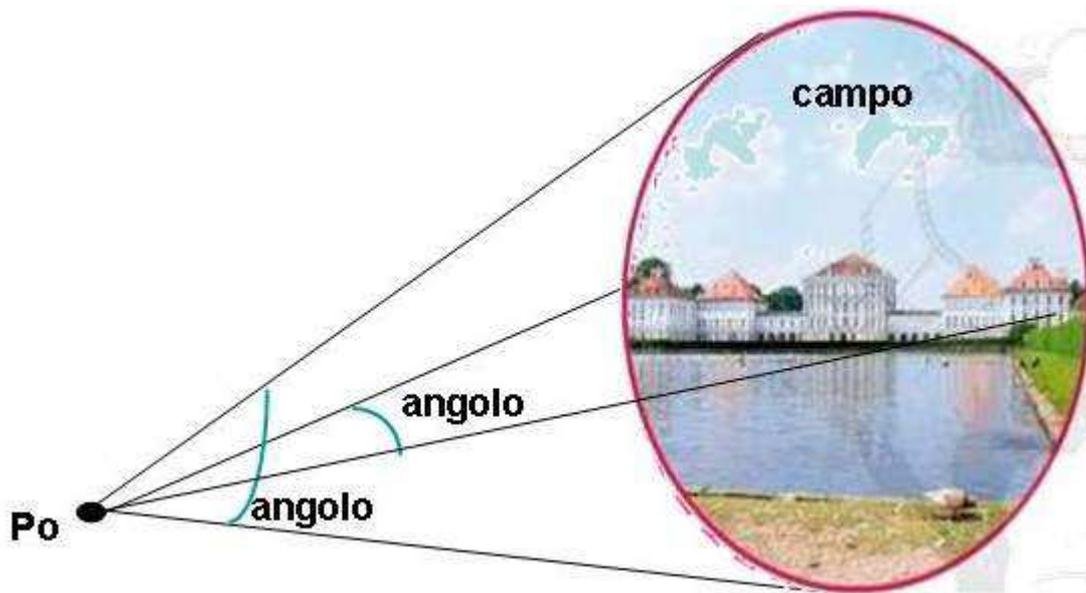


Fig. 2 Rappresentazione dell'angolo di campo  $A_c$

I sistemi ottici sono in grado di proiettare su uno schermo una regione di spazio circostante che dipende dalle dimensioni dell'ottica (lente, obiettivo) e delle dimensioni dello schermo ( pellicola, sensore ccd) che stabiliscono l'apertura del cono dell'angolo di campo in cui gli oggetti della regione di spazio sono inclusi e visibili.

Nella regione di spazio inclusa nell'angolo di campo  $A_c$ , si può individuare qualsiasi oggetto più o meno piccolo misurando l'angolo di vista corrispondente che viene definito **diametro angolare  $D_a$** ; questo permette di calcolare, conoscendo la distanza, il diametro reale dell'oggetto. Nella fig. 3 viene rappresentata una foto digitale della Luna e di questa il corrispondente diametro angolare  $D_a$

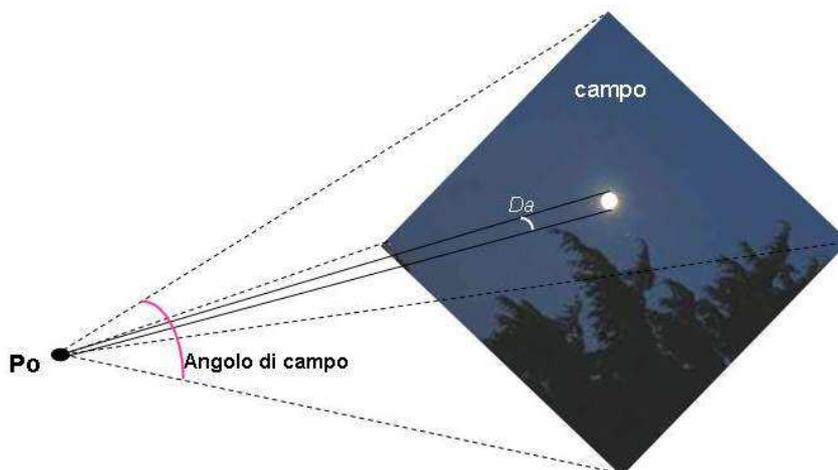


Fig.3 Rappresentazione del diametro angolare  $D_a$  in una foto reale della Luna.

La relazione esistente fra diametro angolare e diametro reale dell'oggetto si può facilmente ricavare dalla seguente fig. 4 ove  $\tan$  è la tangente trigonometrica.

$$dm = 2 ds \tan (D_a / 2);$$

$$D_a = 2 \arctan (dm / 2 ds).$$

Nel trattare oggetti astronomici la distanza  $ds$  è considerata essere molto grande per cui il diametro angolare risulta essere molto piccolo; quindi la  $\tan$  è approssimata al valore dell'angolo  $D_a$ .

Si fa notare che mentre nell'uso della  $\tan$  l'angolo può essere espresso in gradi o radianti nel caso dell'approssimazione l'angolo deve essere espresso in radianti.

$$dm \approx 2 ds Da / 2 = ds Da;$$

$$Da \approx dm / ds.$$

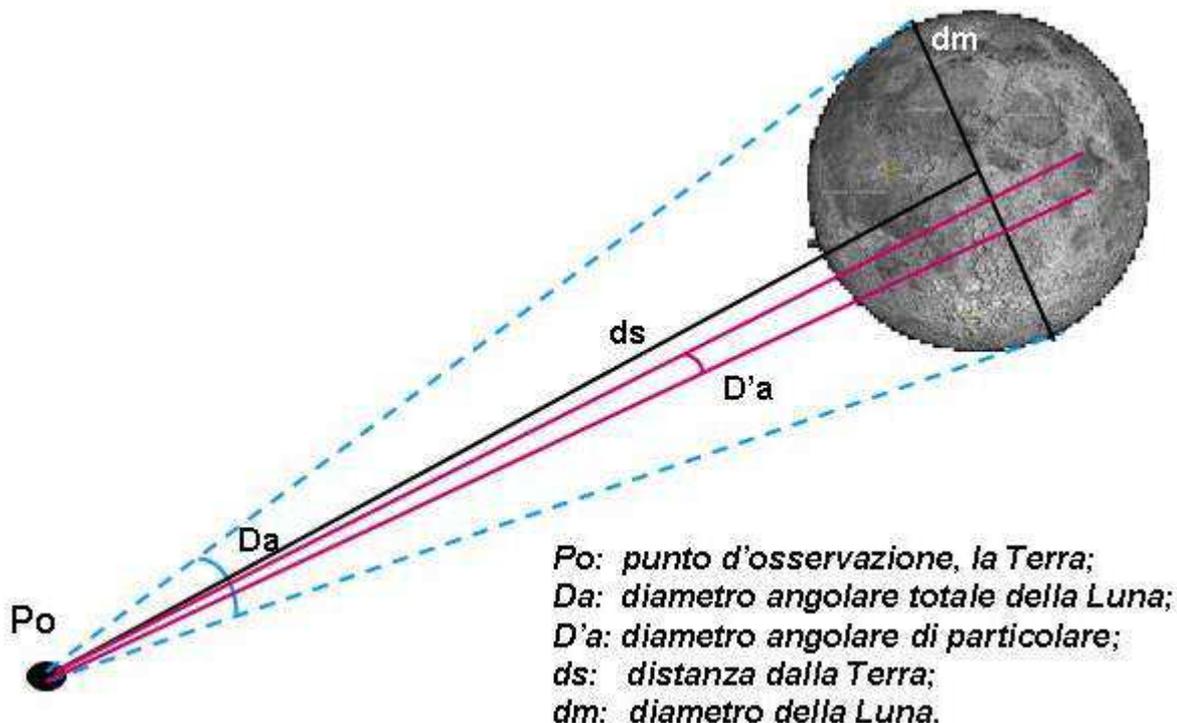


Fig. 4 Rappresentazione della relazione fra diametro angolare, diametro reale e distanza dalla Terra della Luna.

La determinazione del diametro angolare di qualsiasi oggetto astronomico, il calcolo del diametro reale di esso e la possibilità per estensione di procedere anche nelle parti interne dell'oggetto sono lo scopo di questa nota e saranno espletate e dimostrate nel seguito.

### Strumenti usati e configurazione di misura

Per eseguire le misure è necessario l'uso di sistemi ottici adatti alla ricerca e visualizzazione degli oggetti astronomici ed alla loro registrazione.

Per quanto riguarda l'ottica di ricerca e visualizzazione si fa uso di telescopi o ottiche equivalenti ( di cui si conosca con esattezza la lunghezza focale) con possibilità di inseguire l'oggetto nel suo moto di rotazione relativo alla terra sulla volta celeste.

Per quanto riguarda la registrazione si fa uso di fotocamera digitale con la condizione di essere dotata di schermo **LCD** con funzione **Live View**.

Lo scopo del live view è prevalentemente quello di controllare manualmente la messa a fuoco accurata; con LCD si misurano le dimensioni della immagine registrata dalla fotocamera da cui si ricaverà il diametro angolare tramite l'applicazione di una formula matematica che dipende unicamente proprio dalle caratteristiche del telescopio e della fotocamera.

La configurazione del sistema di misura consiste nell'insieme telescopio-fotocamera. La fotocamera viene applicato al telescopio al posto dell'oculare tramite l'interfaccia T2 e quindi si trova posizionata a fuoco diretto.

### Telescopio

Il telescopio può essere indifferentemente del tipo a riflessione o a rifrazione. Fra quelli a riflessione si può annoverare Newton, Cassegrain, Maksutov, Ritchey-Chretien ecc. mentre fra quelli a rifrazione la serie ETX della Meade, la serie apocromatici di TecnoSky, di Skywatcher, Celestron ed altri.

Nella fig 5 sono indicate delle configurazioni (quelle usate) in cui la fotocamera usata è una EOS DRSL Canon 700D formato sensore APS-C mentre i telescopi sono ETX-70AT 70/350, TecnoShy Apo Triplet 130/900, Ritchey-Chretien RC 400/3200.

*Fig. 5 Configurazioni telescopio- fotocamera.*



*ETX-70AT 70/350*



*Ritchey-Chretien RC 400/3200*



*TecnoShy Apo Triplet 130/900*

In ambo i tipi di telescopio vale la legge della riproducibilità dell'oggetto osservato in un punto del percorso ottico che dipende dalla distanza dell'oggetto dal telescopio; qui l'oggetto è nitidamente riprodotto e le sue dimensioni dipendono unicamente dalla lunghezza focale.

A tale proposito si ritiene opportuno richiamare la funzionalità ottica delle lenti facendo quindi riferimento ad un telescopio con sistema ottico a rifrazione costituito da una o più lenti.

Nella fig. 6 è riportato il percorso dei raggi ottici di un oggetto che attraversano una singola lente convergente.

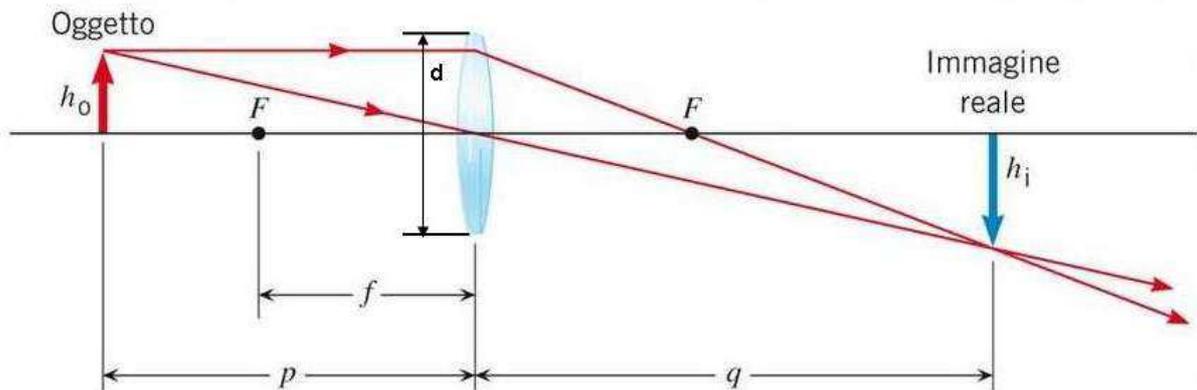


Fig.6 Percorso ottico attraverso una singola lente convergente

Una lente è definita essenzialmente dalla sua apertura o diametro  $d$  e dalla distanza focale  $f$ .

Il percorso ottico soddisfa, secondo l'*equazione delle lenti sottili* detta anche *l'equazione dei punti coniugati p e q*, alla seguente legge:

$$1/p + 1/q = 1/f$$

La relazione fra la dimensione dell'oggetto in entrata  $h_o$  e quella della sua immagine reale  $h_i$  è chiamata ingrandimento  $G$  e vale (il segno negativo indica immagine capovolta):

$$G = h_i/h_o = - q/p$$

Tuttavia, in particolare nel caso della fotografia astronomica, si ha una semplificazione poiché l'oggetto è situato molto lontano, praticamente la distanza  $p$  si può considerare infinita, e la distanza  $q$  quindi uguale a  $f$ ; cioè l'immagine si forma nel punto focale della lente  $F$  con notevole riduzione della sua dimensione.

Rilevando il diametro angolare  $Da$  si trova la dimensione dell'immagine e viceversa sapendo questa si trova il  $Da$  che a sua volta moltiplicata per la distanza  $ds$  dell'oggetto dalla Terra si trova la dimensione reale di quest'ultimo.

In questo caso si ha la seguente equazione:

$$Da = \text{oggetto}/ds = \text{immagine}/f$$

$$\text{Immagine}/\text{oggetto} = f/ds$$

cioè l'immagine è molto piccola e per questo si può richiedere una lente(telescopio) con grande distanza focale.

La seguente Fig..7 chiarisce questa circostanza che sarà quella di nostro interesse per eseguire la procedura del calcolo.

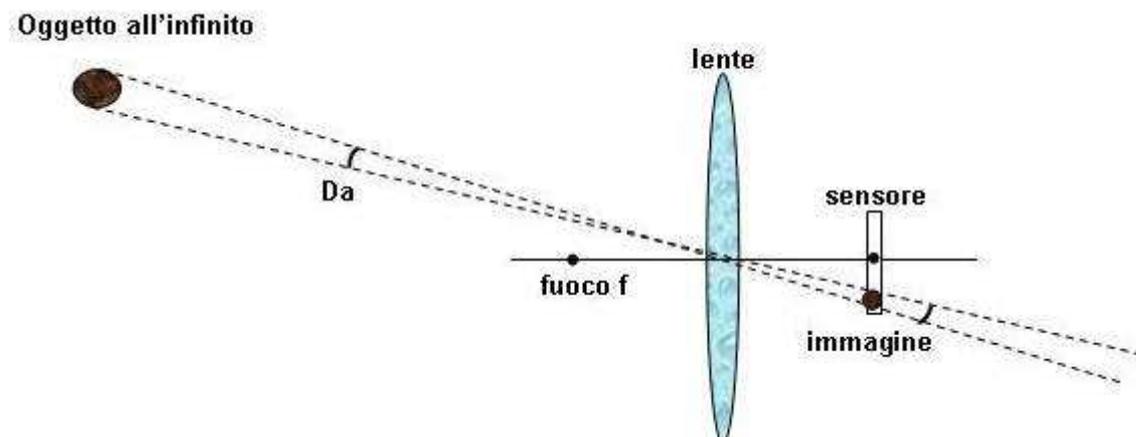


Fig.7 Schematizzazione riprodotte la registrazione di un oggetto astronomico. La lente rappresenta un telescopio, il sensore una fotocamera digitale.

## Fotocamera

In questo esperimento, come già detto, la fotocamera usata, in tutte le configurazioni indicate (v. fig.5) in connessione con i diversi tipi di telescopi, è la **Canon EOS(***Electro-Optical System***) DSLR(Digital Single Lens Reflection) 700D** con sensore **APS-C** (*Advanced Photo System Classic*).

Le caratteristiche di questa fotocamera sono dettagliate in qualunque sito della Canon, ma qui si riportano quelle principali usate per lo scopo della misura.

### *Sensore:*

*CMOS 18 megapixels*

*dimensioni 22.3×14.9 mm; rapporto 3:2; diagonale 26,8 mm;*

*formato APS-C*

### *Display LCD:*

*dimensioni 64×42,7 mm; rapporto 3:2; diagonale 77mm;*

*funzione live view*

*copertura del sensore approx 100%;*

*rapporto copertura LCD/Sensore  $64/22,3=42,7/14,9=77/26,8 \approx 2,87$ .*

Le dimensioni del sensore e del LCD sono nel rapporto 3:2.

Il rapporto di copertura **LCD/Sensore** comporta che una dimensione registrata sul sensore è riportata su LCD moltiplicata per 2,87; questo valore viene definito come funzione di trasferimento  $F_T$ , importante per la valutazione del diametro angolare, come si vedrà.

Avendo indicato tutte le funzioni principali dell'ottica, della fotocamera e la configurazione di connessione fra telescopio e fotocamera possiamo procedere alla modalità di rilievo del diametro angolare dell'oggetto astronomico.

## Procedura di Rilievo e Calcolo

Per facilitare la comprensione della procedura viene schematizzata nella seguente fig.8, ove è possibile seguire i calcoli, la configurazione di connessione già rappresentata nella fig.5.

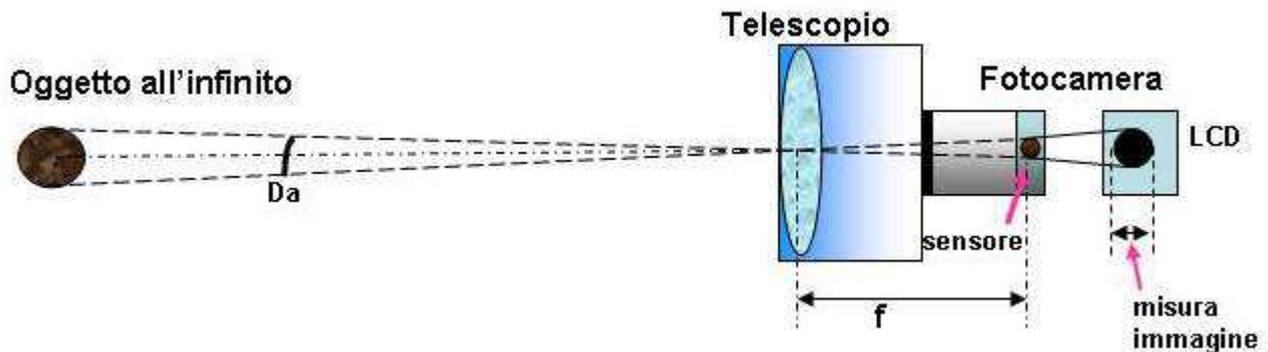


Fig.8 Schema d'assieme del banco di rilievo e misura

Come si può notare la fotocamera è connessa a fuoco diretto al telescopio, quindi l'immagine dell'oggetto astronomico, di cui si vuole misurare il diametro angolare, dipende principalmente dalla distanza focale del telescopio.

Come già osservato per la facilità delle misure, la fotocamera è dotata di schermo di visualizzazione **LCD** a funzione **Live View** ove si misura tramite un righello la dimensione dell'immagine e da questa applicando una specifica formula matematica si ricava il diametro angolare dell'oggetto.

Come si può intuire l'operazione risulta essere molto semplice dopo aver ricavato la suddetta formula che dipende dalle caratteristiche del telescopio e della fotocamera.

### Calcolo

Supponendo di conoscere il diametro angolare  $D_a$ , l'immagine sul sensore ha la dimensione  $I_s = D_a \times f$  (v. fig. 7); il trasferimento su LCD secondo il rapporto  $F_T = 2,87$  darà una immagine:

$$I_L = I_s \times F_T = D_a \times f \times F_T \quad \text{da cui}$$
$$D_a = I_L / (f \times F_T)$$

Da questa formula, misurando con un righello  $I_L$ , si calcola  $D_a$  e conoscendo la distanza a cui si trova l'oggetto si calcola la sua dimensione reale essendo

$$dm = D_a \times ds$$

si ricorda che l'angolo deve essere espresso in radianti.

La procedura così definita si presta al calcolo delle diverse grandezze presenti nella formula conoscendo le altre.

$$D_a = I_L / (f \times F_T) \quad \text{diametro angolare;}$$
$$f = I_L / (F_T \times D_a) \quad \text{distanza focale del telescopio;}$$
$$F_T = I_L / (f \times D_a) \quad \text{rapporto LCD/Sensore della fotocamera;}$$
$$I_L = D_a \times f \times F_T \quad \text{dimensione dell'immagine su LCD.}$$

## Rilievi e Misure eseguite

In questa tabella sono riportati relativamente ai pianeti del sistema solare i valori riscontrati seguendo in pratica quanto sopra descritto; i risultati sono la conferma che la procedura è corretta.

La relazione fra angoli in gradi ed angoli in radianti e la seguente:

$$\text{radianti} = (\pi/180) \times \text{gradi} = 0,01745 \times \text{gradi}$$

$$\text{gradi} = (180/\pi) \times \text{radianti} = 57,29578 \times \text{radianti}$$

Come si può osservare dalla tabella, non sono stati eseguite misure sui pianeti del sistema solare in quanto in questa data di complicazione della nota non è possibile l'osservazione notturna; ci riserviamo di operare in futuro.

Si riscontra che le misure sono sostanzialmente uguali utilizzando telescopi con diverse distanze focali e rientrano anche nella gamma dei valori di riferimento.

Telescopio	Focale mm	Oggetto	Da in gradi Da in radianti min-max da riferimento	$I_L = Da \times f \times F_T$ min- max calcolato mm da riferimento	$I_L = Da \times f \times F_T$ misurato mm	Da in gradi in radianti misurato
<i>ETX-70AT 70/350</i>	350	Sole	0,5247-0,542 (9,156- 9,456) $10^{-3}$	(9,18-9,498)	9,6	0,547 9,556 $10^{-3}$
<i>TecnoShy Apo Triplet 130/900</i>	900	Sole	0,5247-0,542 (9,156- 9,456) $10^{-3}$	(23,649-24,42)	24,45	0,542 9,465 $10^{-3}$
<i>ETX-70AT 70/350</i>	350	Luna	0,4988-0,558 (8,704- 9,737) $10^{-3}$	(8,743-9,78)	8,9	0,5076 8,86 $10^{-3}$
<i>TecnoShy Apo Triplet 130/900</i>	900	Luna	0,4988-0,558 (8,704- 9,737) $10^{-3}$	(22,482-25,15)	22,9	0,5079 8,865 $10^{-3}$
<i>Ritchey- Chretien RC 400/3200</i>	3111	Mercurio	(1,25-3,61) $10^{-3}$ (2,18-6,3) $10^{-5}$			
<i>Ritchey- Chretien RC 400/3200</i>	3111	Venere	(2,69-18,3) $10^{-3}$ (4,7-31,93) $10^{-5}$			
<i>Ritchey- Chretien RC 400/3200</i>	3111	Marte	(9,72-71,4) $10^{-4}$ (0,17-1,246) $10^{-4}$			
<i>Ritchey- Chretien RC 400/3200</i>	3111	Giove	(8,27-13,6) $10^{-3}$ (0,144- 0,237) $10^{-3}$			
<i>Ritchey- Chretien RC 400/3200</i>	3111	Saturno	(4,03-5,58) $10^{-3}$ (7,03-9,74) $10^{-3}$			
<i>Ritchey- Chretien RC 400/3200</i>	3111	Urano	(0,92-1,14) $10^{-3}$ (1,6-1,98) $10^{-5}$			
<i>Ritchey- Chretien RC 400/3200</i>	3111	Nettuno	(0,61- 0,66) $10^{-3}$ (1,06 -1,15) $10^{-5}$			

Fig.9 Tabella di calcolo

## Valori di riferimento

	min.	max
<b>Sole</b>	1889° (31' 29")	1953° (32' 33")
<b>Luna</b>	1796° (29' 56")	2009° (33' 29")
<b>Mercurio</b>	4,5°	13°
<b>Venere</b>	9,7°	66°
<b>Marte</b>	3,5°	25,7°
<b>Giove</b>	29,8°	49°
<b>Saturno</b>	14,5°	20,1°
<b>Urano</b>	3,3°	4,1°
<b>Nettuno</b>	2,2°	2,4°

### Estensione degli Strumenti di Misura

Si è messo in evidenza l'uso di opportuna strumentazione e modalità nel rilievo e misura ed in particolare riguardante la fotocamera per la registrazione dotata di LCD con funzione di LiveView; questo allo scopo di avere migliore controllo della messa a fuoco e una immediata disponibilità della misura, come indicato.

Tuttavia si può apprezzare più accuratamente la misura tramite un computer riportando le immagini registrate nella scheda di memoria SD ed utilizzando programmi di visualizzazione.

I programmi consigliati per misurare le immagini registrate nella SD possono essere : **Adobe Photoshop**, o altri che permettano di visualizzare l'immagine con un riquadro dimensionale a scelta, che in questo caso deve essere quello specificato per il sensore della fotocamera(22,3 x 14,9 mm) o quello dello schermo LCD(64 x 42,7mm).

Il righello abbinato permette facilmente la misura.

### Dimostrazione Pratica della Tecnica di Misura

In questa sezione ci si propone di dimostrare la tecnica con cui sono state eseguite le misure come riportate nella tabella; saranno presentate due modalità per determinare le misure, indicate come:

#### Modalità LCD

#### Modalità PC

Per semplicità ci si riferisce agli oggetti **Sole** e **Luna** ripresi col telescopio **TecnoShy Apo Triplet 130/900** e quindi vengono riportate solo queste misure.

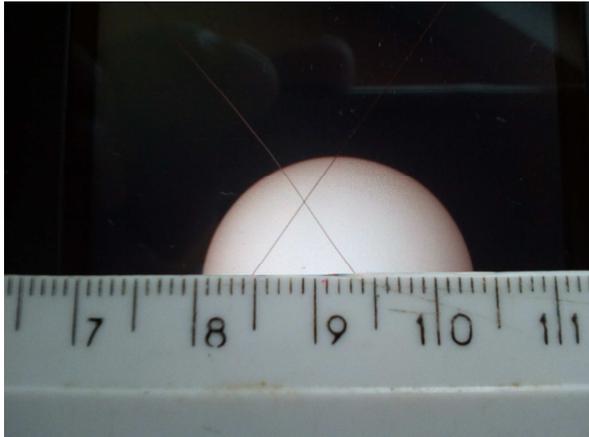
## Modalità LCD

Questa modalità fa uso diretto della fotocamera 700D sul cui schermo LCD viene resa visibile l'immagine che viene direttamente misurata con un righello.

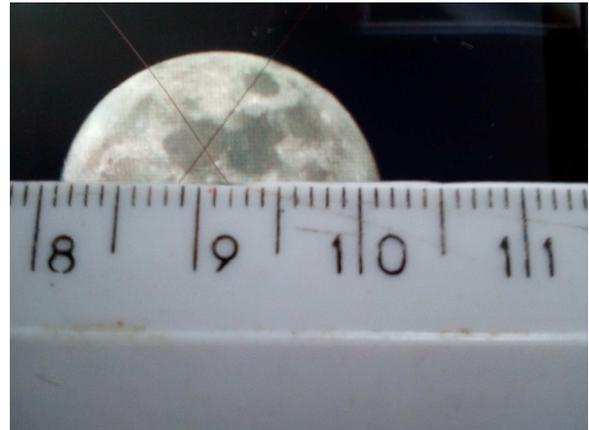
Il valore viene misurato e valutato direttamente in mm ( $I_L = D_a \times f \times F_T$ ) e, come già spiegato, diviso per il fattore di trasferimento  $F_T (=2,87)$ , fornisce il valore impresso sul sensore della fotocamera e quindi il valore del diametro angolare.

Tuttavia la misura così eseguita non risulta abbastanza accurata.

La fig. 10 rappresenta l'operazione eseguita con questa modalità per il Sole e per la Luna.



*Valore Sole  $I_L$  circa 23mm*



*Valore Luna  $I_L$  circa 21mm*

*Fig.10 Misura del Sole e della Luna*

## Modalità PC

Questa modalità si basa sul programma di elaborazione delle immagini **Adobe Photoshop** in cui l'immagine viene ridimensionata inserendo le dimensioni del riquadro sensore o LCD che sono conosciute.

Nella fig.11 è indicato il ridimensionamento concorde alle dimensioni del LCD della fotocamera 700D (64x42,67 mm).

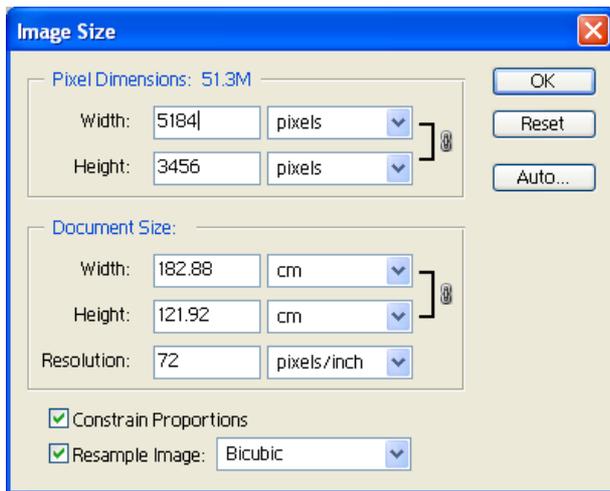
In questo riquadro compare un righello che rispetta le dimensioni inserite ed ogni oggetto della immagine è misurato conformemente.

L'immagine viene inquadrata in una maschera tratteggiata che individua sul righello le dimensioni del diametro dell'oggetto.

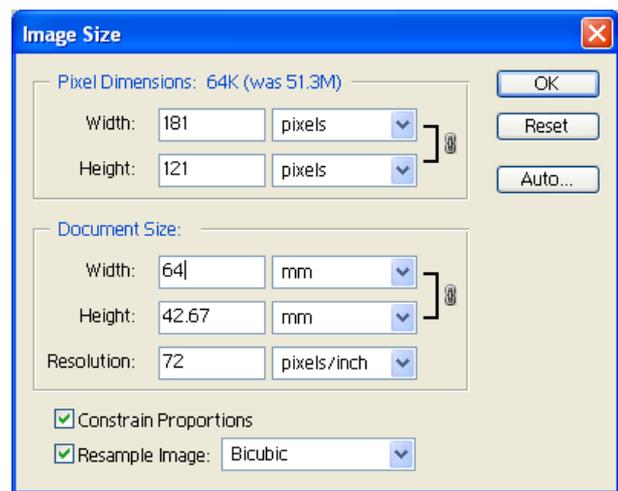
La fig.12 rappresenta l'operazione eseguita con questa modalità per il Sole, ottenendo un valore di **24,6mm**.

La fig.13 rappresenta l'operazione eseguita con questa modalità per la Luna ottenendo un valore di **22,3mm**.

I valori concordano approssimativamente con quelli della tabella

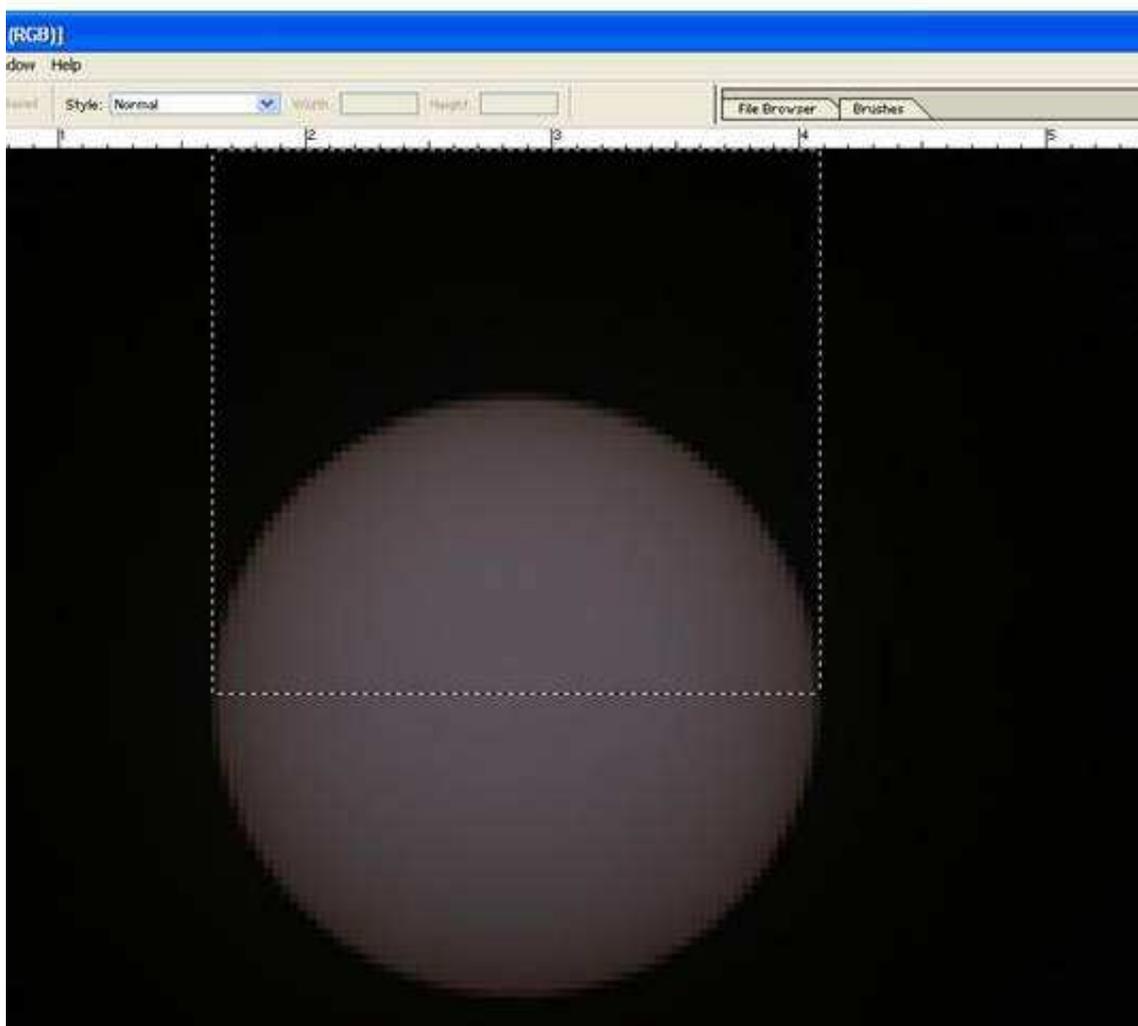


*Prima*

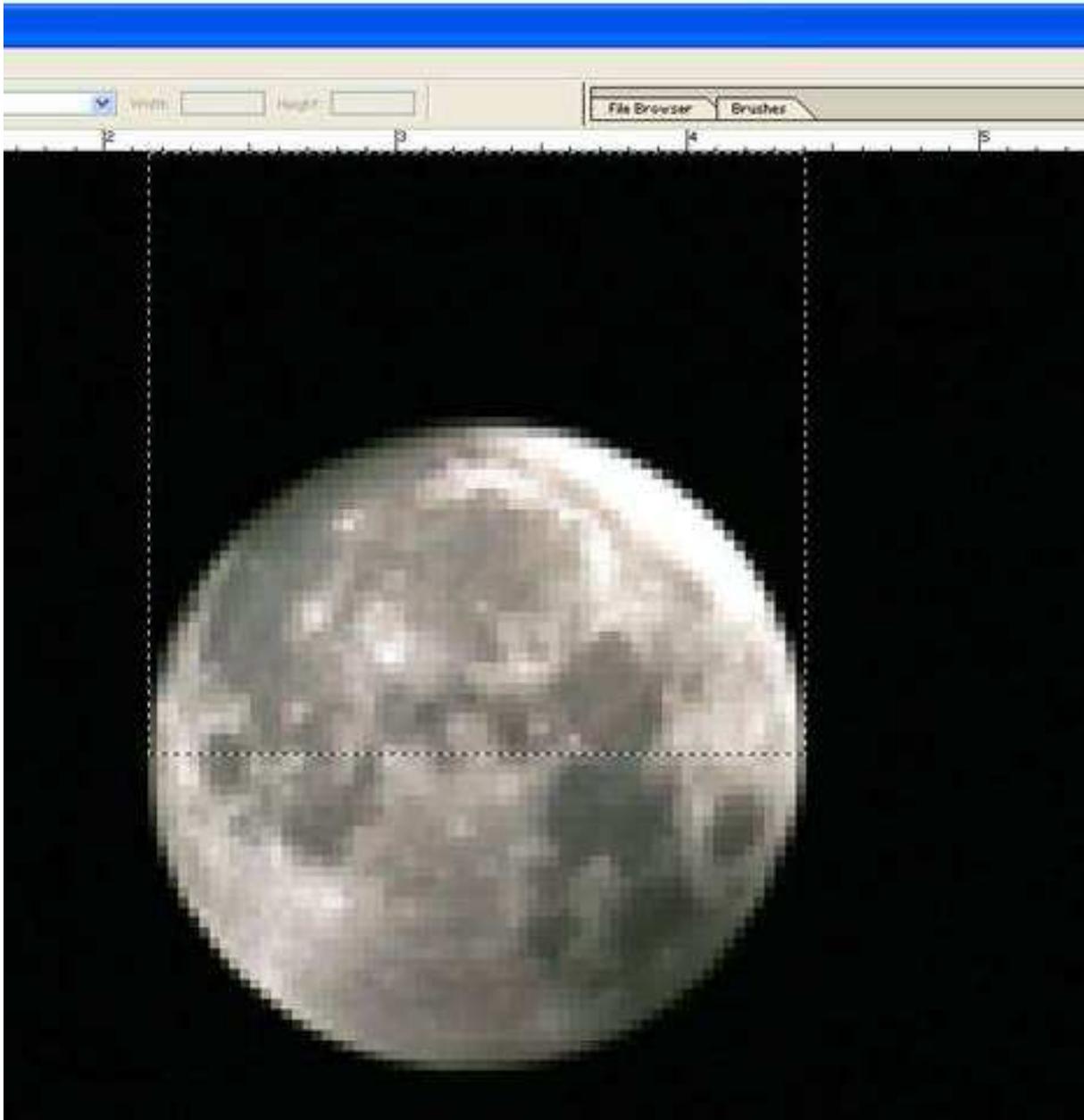


*Dopo*

*Fig.11 Ridimensionamento della immagine*



*Fig.12 Valore Sole  $I_L$  calcolato dal righello pari  $4,08 - 1,62 = 2,46\text{cm} = 24,6\text{mm}$*



*Fig.13 Valore Luna  $I_L$  calcolato dal righello pari  $4,40 - 2,17 = 2,23\text{cm} = 22,3\text{mm}$*

## Ulteriori Misure

Estendiamo le misure con questa tecnica ad oggetti più piccoli che fanno parte di un complesso sistema astronomico per valutare fin dove ci possiamo spingere anche se, come indicato nella Fig.4, questo non dovrebbe comportare problemi.

Le seguenti misure vengono prese in considerazione e si riferiscono a:

1. **Trapezio** nella nebulosa M42 di Orione.
2. Separazione nella doppia **Albireo** della costellazione del Cigno
3. Dimensione angolare di un cratere della **Luna**.

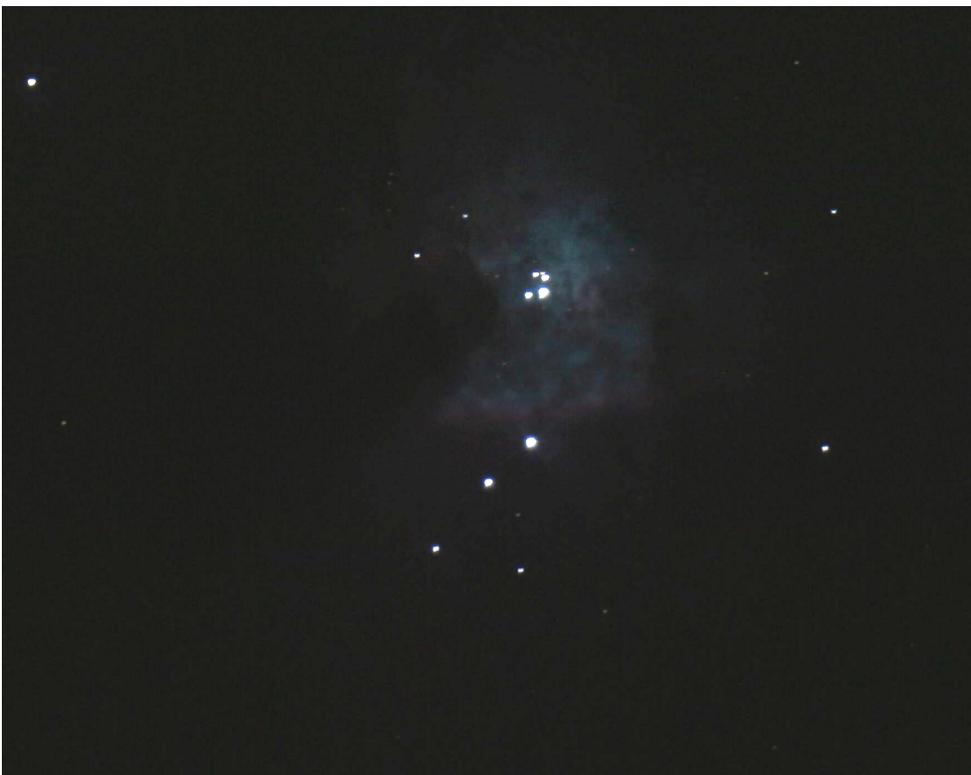
Per la validità delle misure queste verranno confrontate con quelle già eseguite e di nota conoscenza.

Si fa osservare che la separazione angolare fra elementi di un complesso astronomico in esame si riferisce alla visione relativa all'osservatore *Terra*.

Questo suggerisce che la reale distanza fra essi può essere anche molto diversa.

### 1. Trapezio di M42

La misura si riferisce all'immagine in *Fig.T1*) eseguita con telescopio Newton 300/1800 e fotocamera Canon 700D.



*Fig.T1)- Trapezio in M42 nella costellazione Orione*

Come si nota nell'immagine le dimensioni sono molto piccole e bisogna misurare la separazione angolare relative fra le stelle e quindi eseguire 5 misure.

Queste misure sono eseguite sul LCD della Canon 700D ed il risultato finale in secondi d'arco calcolato viene confrontato con quelle note indicate nella seguente *Fig.T2*).

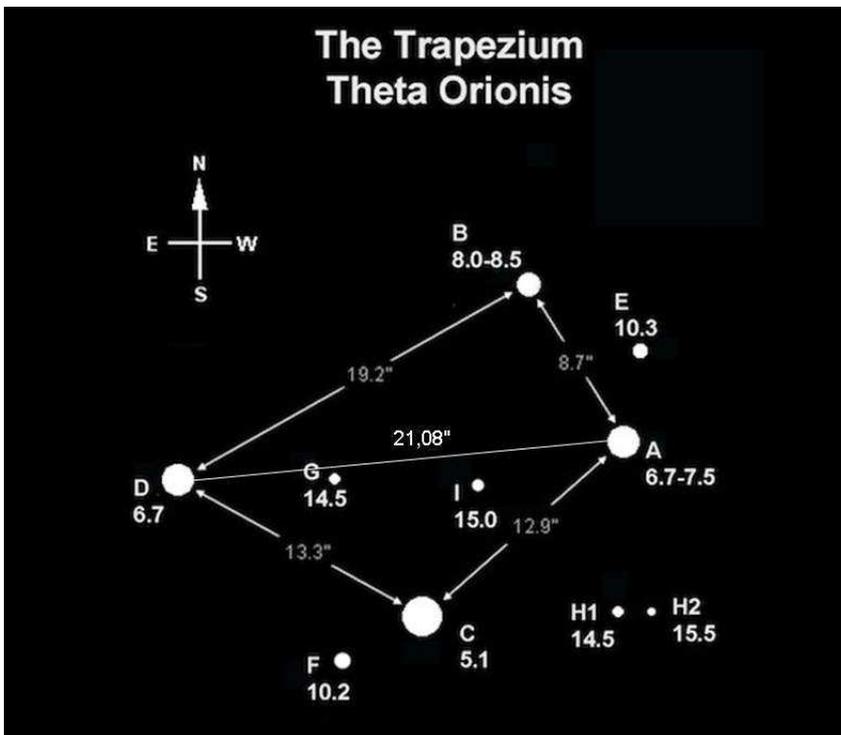


Fig.T2)- Separazione Angolare stelle del Trapezio

Causa la difficoltà nell'apprezzare valori molto piccoli l'immagine sul LCD viene ingrandita 10 volte (funzione disponibile nella Canon 700D).

Di seguito il rilievo delle misure eseguite e riferite allo schema di figura T2.



Fig.T3)  $D-C = (3-4)/10 = 0,3-0,4\text{mm}$



Fig.T4)  $B-A = (2,5-3)/10 = 0,25-0,3\text{ mm}$



Fig.T5)  $B-D = 5/10 = 0,5\text{mm}$



Fig.T6)  $A-C = (3_4)/10 = (0,3-0,4)\text{mm}$

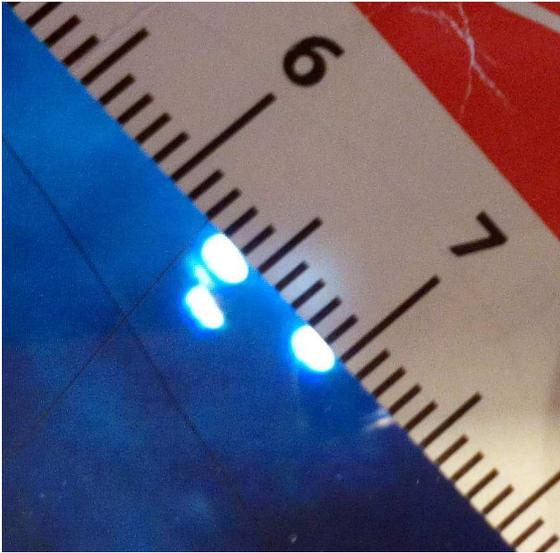


Fig.T7)  $A-D=(5-6)/10=(0,5-0,6)mm$

Applicando le formule già utilizzate:

$$I_L = I_s \times F_T = D_a \times f \times F_T \quad \text{da cui}$$

$$D_{ar} = I_L / (f \times F_T) \text{ in radianti}$$

$$D_{ag} = [I_L / (f \times F_T)] \times 57,29578 \text{ in gradi}$$

essendo

$$f=1800; \quad F_T=2,87; \quad f \times F_T=1800 \times 2,87=5166$$

si trovano i seguenti valori confrontati con quelli di riferimento:

$$\underline{D-C = 57,29578 \times (0,3-0,4) / 5166 = (3,33273-4,4364) 10^{-3} = (11,98''- 15,97''); \text{ rifer. } 13,3''}$$

$$\underline{B-A = (0,25-0,3) / 5166 = (2,773-3,3273) 10^{-3} = (9,98''-11,98''); \text{ rifer. } 8,7''}$$

$$\underline{B-D = 57,29578 \times 0,5 / 5166 = 5,5455 10^{-3} = 19,96''; \text{ rifer. } 19,2''}$$

$$\underline{A-C = 57,29578 \times (0,3-0,4) / 5166 = (3,33273-4,4364) 10^{-3} = (11,98''- 15,97''); \text{ rifer. } 12,9''}$$

$$\underline{A-D = 57,29578 \times (0,5-0,6) / 5166 = (5,5455-6,6546) 10^{-3} = (19,96''-23,96''). \text{ rifer. } 21,08''}$$

Considerando la tolleranza nell'apprezzamento delle misure i risultati dimostrano che la procedura è valida.

Rimane da controllare se è possibile utilizzare il PC con Adobe Photoshop; in questo caso il problema risiede nel fatto che i segmenti dell'oggetto da misurare, oltre ad essere molto piccoli, non sono tutti orizzontali rispetto al quadro di Photoshop ma possono essere comunque inclinate.

Allo scopo si possono considerare due modi di procedere che hanno in comune un opportuno ingrandimento dell'immagine (necessaria, come operato con il LCD della fotocamera) e la selezione della parte che interessa misurare:

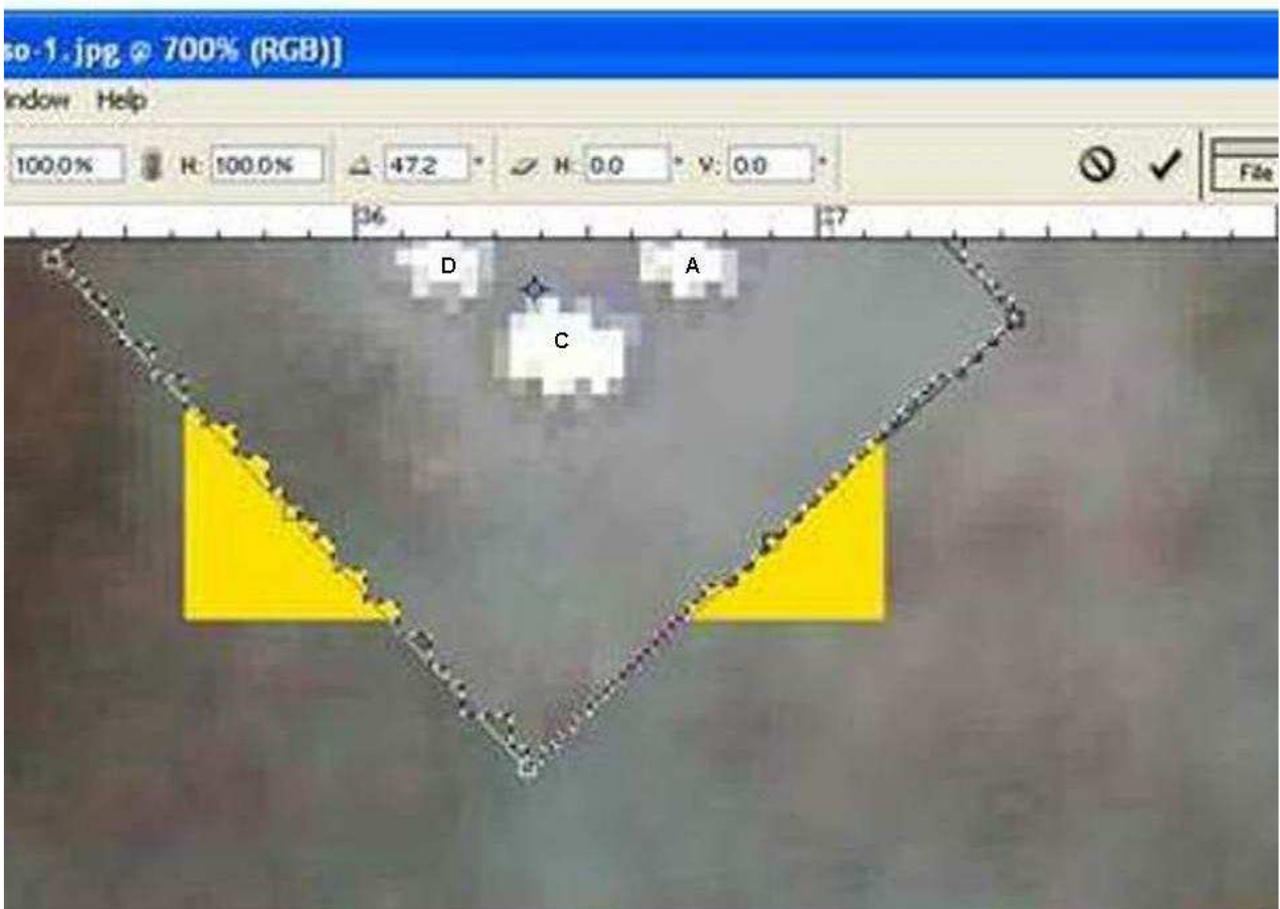
*a) modo con rotazione;*

*b) modo triangolo rettangolo*

Vengono applicate queste modalità soltanto per la misura della separazione angolare nella diagonale inclinata A-D del Trapezio già valutata (0,5-0,6)mm.

**a) modo con rotazione**

Selezionata la parte ingrandita con la procedura vista prima questa viene ruotata in modo che il segmento in essa inclinato risulti orizzontale potendo così valutarne la misura; queste operazioni sono possibile direttamente con Photoshop(*Edit/Free Transform; Edit/ Transform/rotate*); la *fig. Ta*) rappresenta l'operazione effettuata in cui si può leggere la rotazione pari 47,2 gradi e la misura pari a **0,55mm** corrispondente a **21,956''**



**Fig. Ta) rotazione 47,2 gradi; misura 0,55mm; 21,956''**

**b) modo triangolo rettangolo**

Con questo modo si identifica un triangolo rettangolo entro cui il segmento da misurare figura come ipotenusa, per cui basta misurare i cateti per risolvere la misura cercata.

Nella *fig. Tb*) è mostrato chiaramente come si procede con questa modalità.

I due cateti individuati hanno valore **0,39mm** e **0,39mm** per cui l'ipotenusa è

$$A-D = 0,39 (2)^{1/2} \text{ mm} = 0,5515\text{mm}; \text{ corrispondente a } 22,016''$$

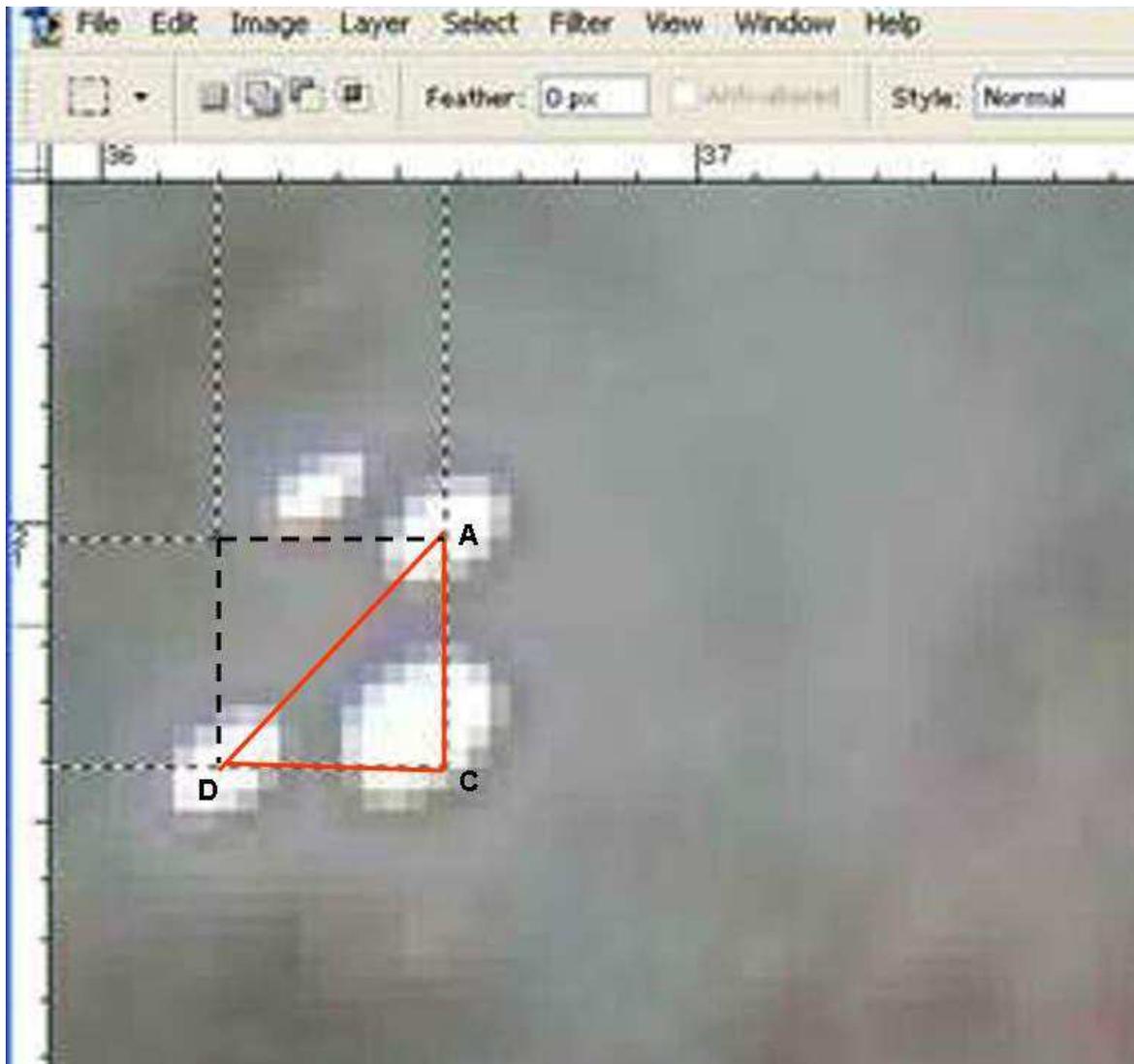


Fig. Tb)  $A-D=0,39 (2)^{1/2}mm= 0,5515mm$ ; corrispondente a  $22,016''$

## 2. Separazione Angolare nella Doppia Albireo

Non entrando nel merito di considerare *doppia* il sistema Albireo in quanto le due stelle sono separate da una tale distanza che esclude il loro legame gravitazionale (infatti ci si riferisce ad una *doppia ottica*), la misura che viene eseguita si riferisce alla *fig.A1*) ottenuta, sempre come indicato nel banco di fig. 8, utilizzando il telescopio RC 400/3200 e la fotocamera Canon 700D.

Da preventive misure eseguite per determinare la reale distanza focale del RC utilizzando software *Astrometrica* risulta che essa vale 3111mm e non 3200mm.

Per questo le misure eseguite vengono calcolate con le due diverse distanze focali del RC e, confrontate con quelle ricavate dal *Planetario Stellarium*, danno indicazione del valore vero della focale del telescopio.

Da ciò ne segue che questa procedura si presta anche a determinare la vera distanza focale di un telescopio come è descritto nel paragrafo *Calcolo*.

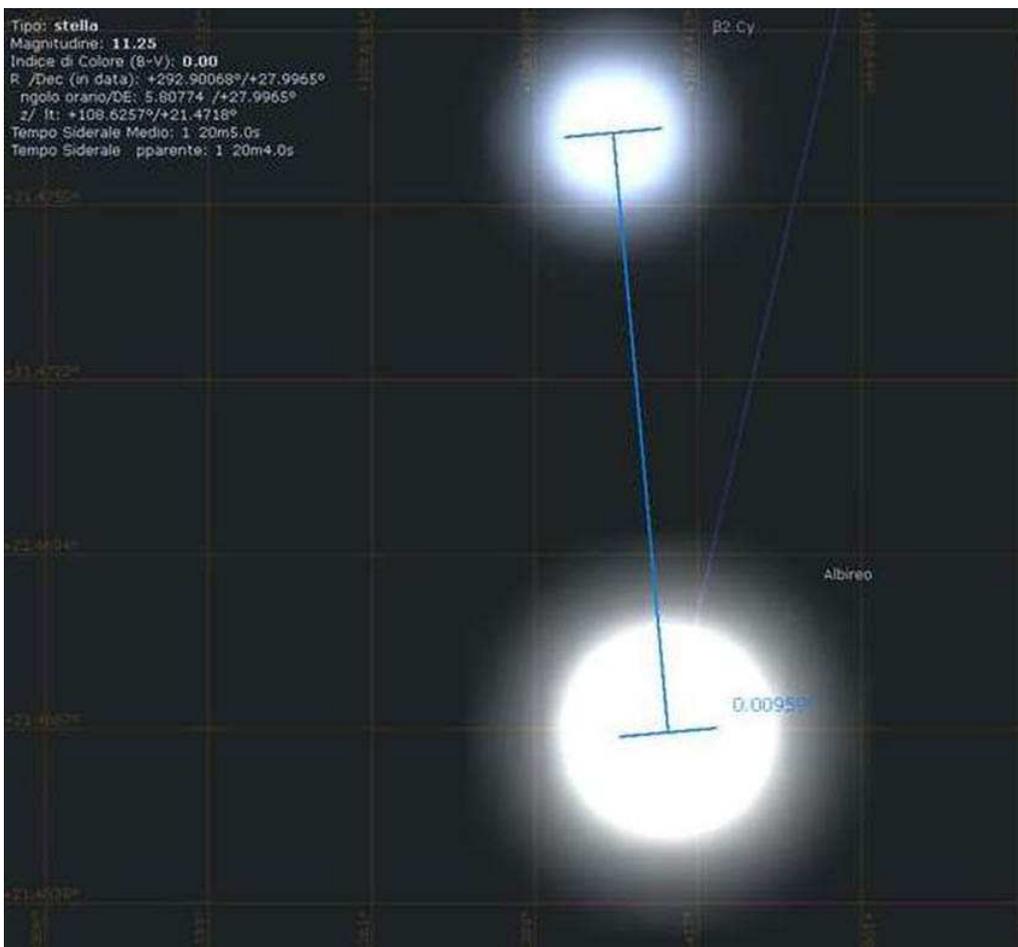


*Fig. A1)- Doppia ottica Albireo*

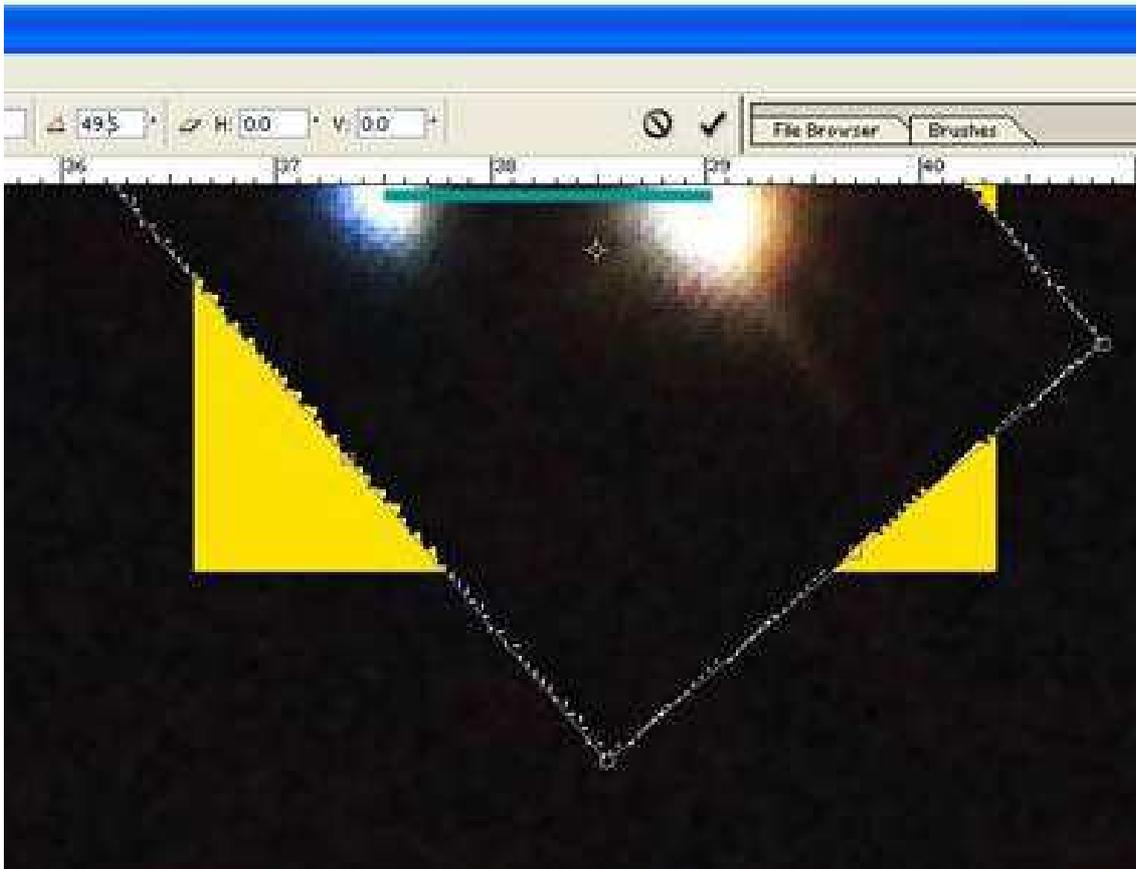
Dalla *fig. A1)* si nota che la congiunte le due stelle è inclinata rispetto ai lati del riquadro per cui, come descritto nella misura del Trapezio, devono essere usati o il *modo con rotazione* oppure il *modo triangolo rettangolo*.

In questa misura useremo il *modo con rotazione*.

Nella *fig. A2)* è rappresentata la misura della separazione angolare ottenuta dal *Planetario Stellarium* mentre nella *fig. A3* è rappresentata la misura ottenuta tramite *modo con rotazione*.



*Fig. A2)- Valore della separazione angolare nella doppia Albireo secondo il Planetario Stellarium = 0.00959° = 34,524"*



*Fig. A3)- Valore della separazione angolare nella doppia Albireo  
tramite modo con rotazione:  
rotazione=47,5°; distanza=39-37,5=1,5mm*

I dati ricavati da misure specialistiche visibili su internet danno come valore di separazione 34"; su Planetario Stellarium si ottiene 34,524".

Con questa procedura otteniamo una distanza lineare di 1,5mm che tradotta in secondi d'arco applicando la nota formula si ricavano due valori in funzione della focale del telescopio RC usato:

$$f= 3200mm \quad Da= 1,5/(3200 \times 2,87)=0,0001633^{rd}=0,0093579^{\circ}=33,68872''$$

$$f= 3111mm \quad Da= 1,5/(3111 \times 2,87)=0,0001633^{rd}=0,0093579^{\circ}=34,65249''$$

Il confronto dei risultati ottenuti, oltre che convalidare ancora l'attendibilità della procedura seguita, propende per una focale più verosimile a 3111mm sebbene esisterebbe sempre una tolleranza nel rilievo delle misure in pratica.

Il problema della determinazione della distanza focale di un telescopio è demandata dunque all'applicazione di metodi più adatti allo scopo.

### 3. Dimensione Angolare del Cratere Geminus della Luna

In questa misura ci riferiamo come traccia alla fig.4 proponendoci di misurare la dimensione angolare del *Cratere Geminus* un cratere a sud del *Mare Crisium*.

L'immagine indicata in *fig.L1*) è ottenuta col solito banco costituito dal telescopio RC44/3200 e Canon 700D.

Viene considerata come focale del telescopio 3111mm per quanto detto in precedenza.



*Fig.L1)-In questa immagine è indicato il Cratere Geminus su cui viene eseguita la misura ed il Mare Crisium*

La misura viene confrontata con quella corrispondente ricavata dal programma *Virtual Moon Atlas* ed indicata nella *fig.L2*)

In questa figura è riportata in rosso il segmento che copre l'estensione del Cratere Geminus ed il valore ricavato di 44,8".

Nella *fig.L3*) è rappresentata l'immagine elaborata con PhotoShop da cui possono essere estratti tramite i segmenti tratteggiati i limite della estensione angolare del cratere Geminus.

Considerando una focale di 3111mm il calcolo porta ad un valore della estensione angolare pari a:

$$Da = 1,95 / (3111 \times 2,87) = 0,0002184^{rd} = 0,0125339^{\circ} = 45,05''$$

I due valori risultano perfettamente corrispondenti tenendo in conto che ci sono sempre delle tolleranze nel definire i limiti della estensione numerica.

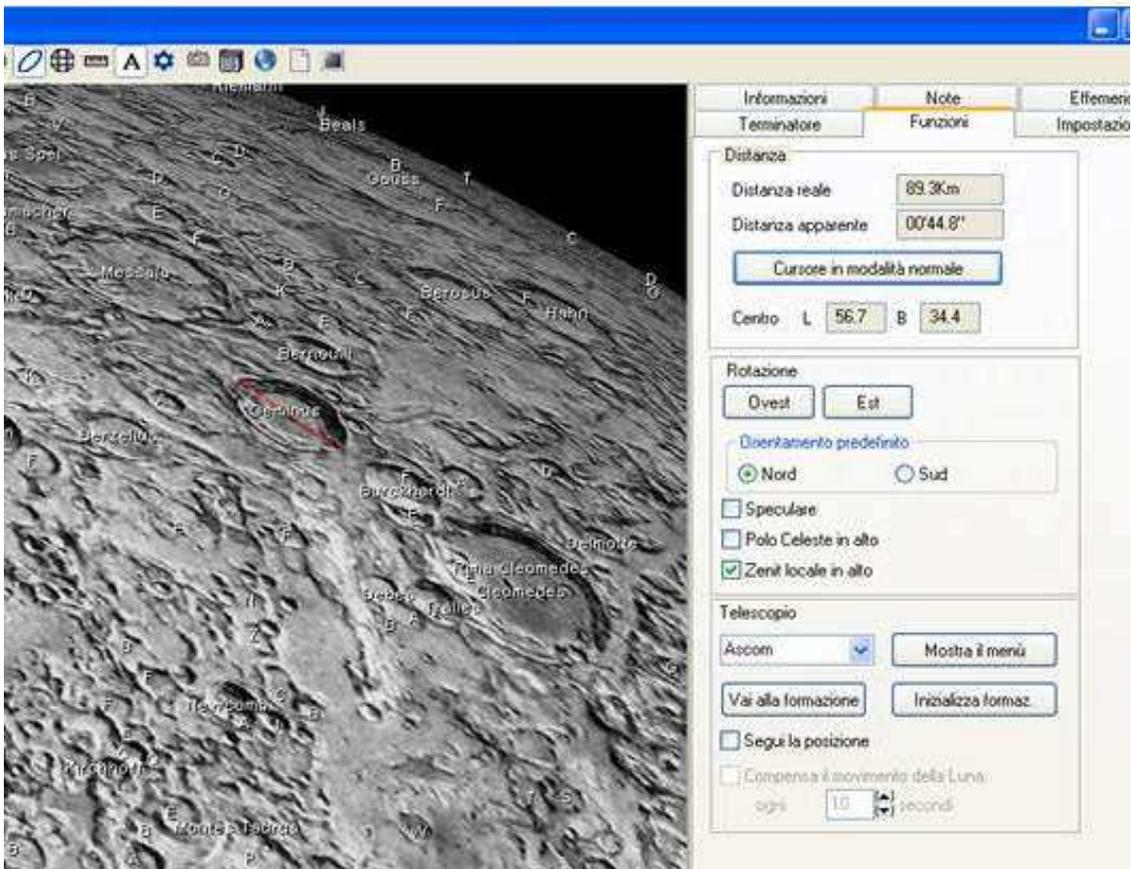


Fig. L2)- In rosso il segmento estensione del Cratere Geminus ed il suo valore pari a 44,8" ottenuti con Virtual Moon Atlas.

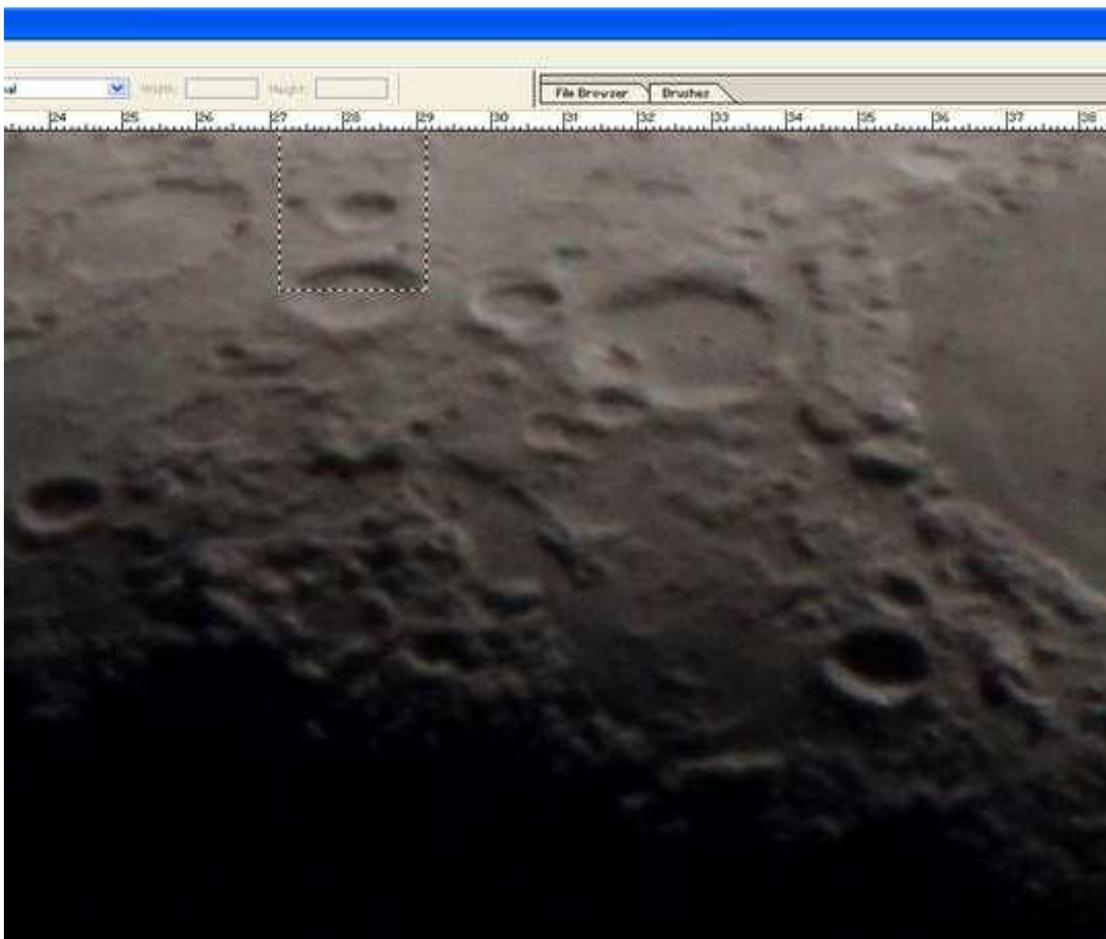


Fig. L3)- Misura dell'estensione del Cratere Geminus; elaborazione con Photoshop. I valori sono  $29,1-27,15=1,95\text{mm}$ ; per una focale di 3111mm corrisponde a 45,05".

## Conclusioni

La procedura descritta ed usata allo scopo della misura su oggetti astronomici si è rivelata principalmente valevole per qualunque complessità ed estensione dell'oggetto sia nel suo assieme sia nei particolari in esso contenuti; in più ha dimostrato il vantaggio di non richiedere mezzi sofisticati essendo limitata all'utilizzo di apparecchiature che chiunque appassionato di astronomia, come ad esempio gli astrofili, possiede ed è in grado quindi di approntare il banco di rilievo e misura.

Si fa notare altresì che la trattazione matematica è molto semplice ed elementare.

Esprimo ringraziamenti al mio collega astrofilo *Emanuele Russo* che ha collaborato con me nell'attività di osservazione operata presso **l'Osservatori Gabriele Barletta** della **Associazione Cernuschese Astrofili** in Cernusco S/N in provincia di Milano.