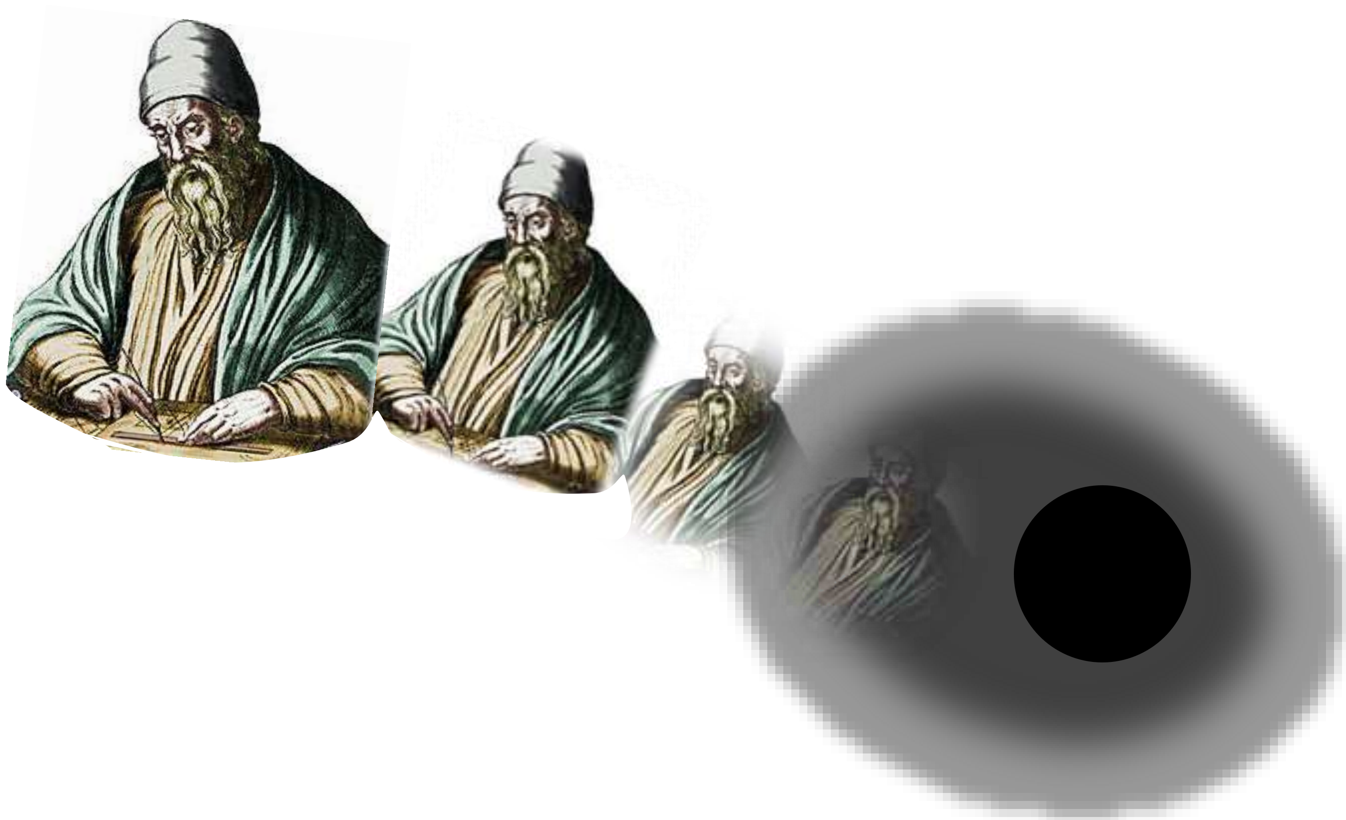
OSCURI PREDATORI DI LUCE



LA CADUTA DI EUCLIDE IN UN BUCO NERO

PAOLO DULIO

POLITECNICO
MILANO 1863

DIPARTIMENTO
DI MATEMATICA

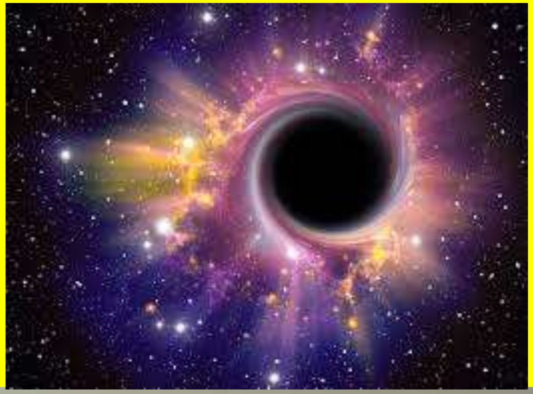
DI COSA PARLIAMO

Ricerca e applicazioni

I protagonisti di un viaggio fantastico

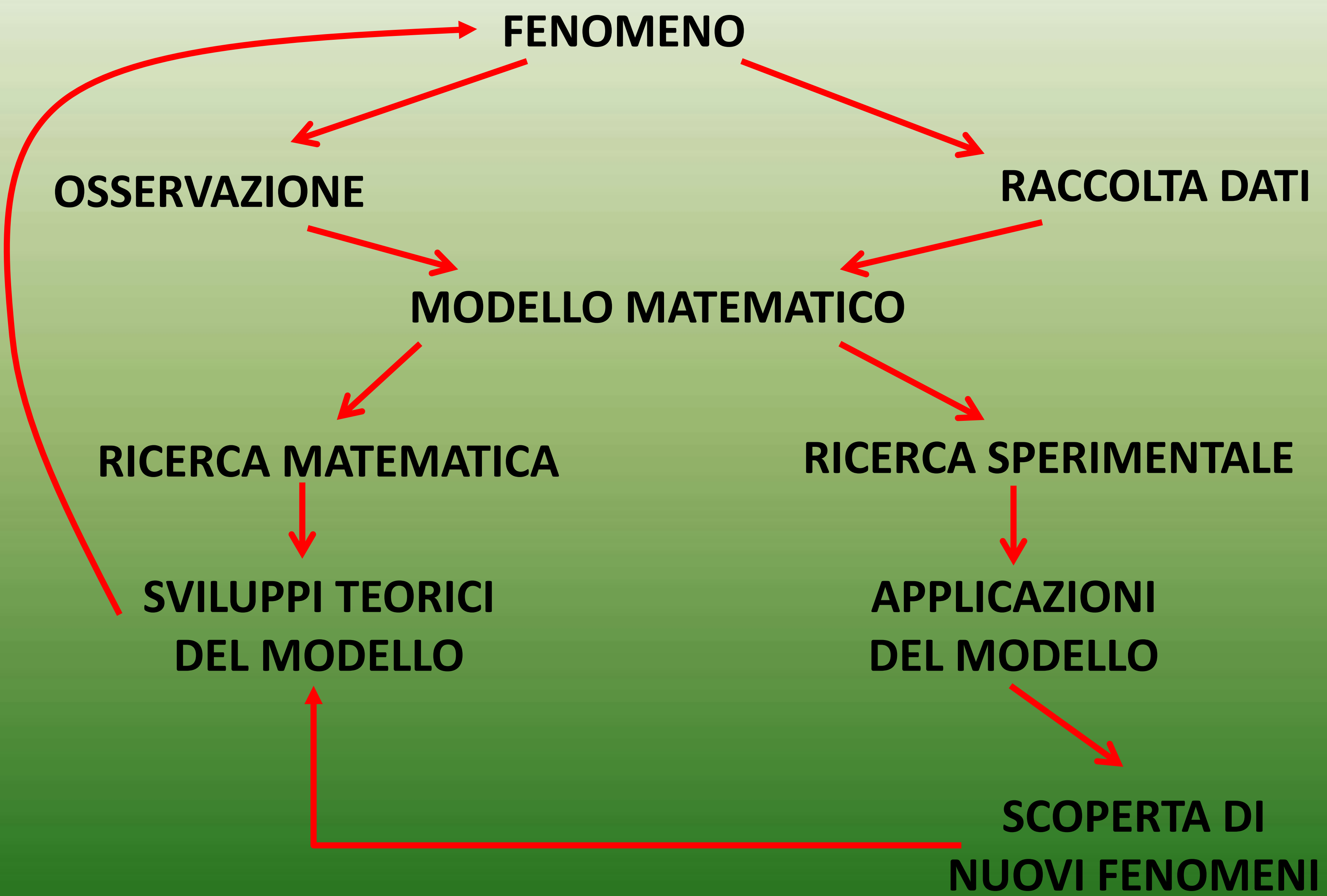
Geometria dello spazio-tempo

La curvatura



La banda del buco (nero)

RICERCA MATEMATICA E APPLICAZIONI



EUCLIDE

367 a.C. - 283 a.C. circa

«…Euclide era dunque più giovane dei discepoli di Platone, ma più anziano di Eratostene e di Archimede che erano fra loro contemporanei, come afferma in qualche luogo Eratostene. »

(Proclo, Comm. Eucl., II, 68)

EUCLIDE

367 a.C. - 283 a.C. circa

Poche notizie
Discepolo di **Platone**
Menzionato da **Proclo**
Visse al tempo di **Tolomeo I**, re dell'Egitto

È stato il più importante matematico della storia antica.

Opera fondamentale gli Elementi, divisa in 13 libri.

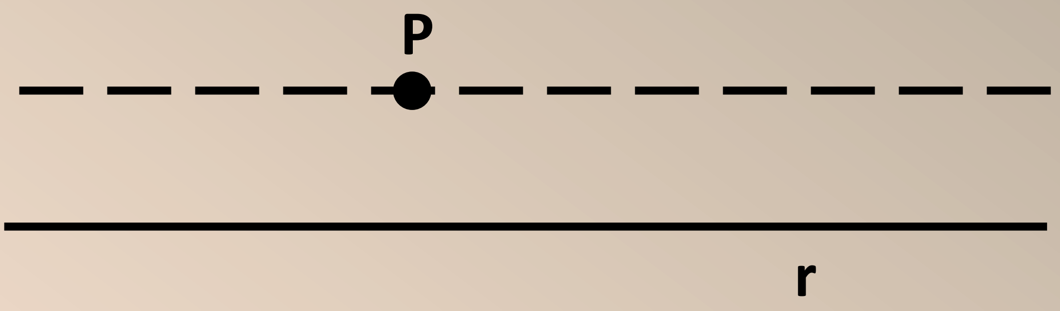
- Cinque nozioni comuni.
- Cinque postulati.

I PRIMI QUATTRO POSTULATI

- Si può tracciare una retta da un punto ad un punto.
- Si può prolungare una linea retta finita in modo continuo in una linea retta.
- Si può descrivere una circonferenza con centro e distanza qualsiasi.
- Tutti gli angoli retti sono uguali tra loro.

IL QUINTO POSTULATO

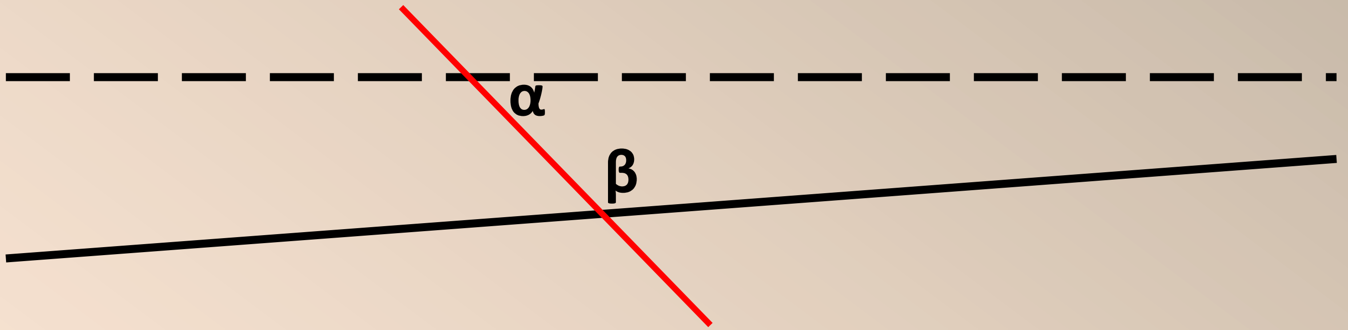
Data una qualsiasi retta r ed un punto P non appartenente ad essa, è possibile tracciare per P una ed una sola retta parallela alla retta r data.



IL QUINTO POSTULATO

Versione originale

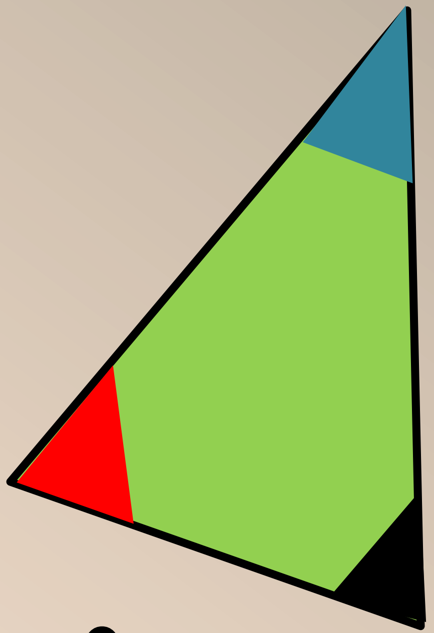
Se una retta taglia altre due rette determinando dallo stesso lato angoli interni la cui somma è minore di quella di due angoli retti, prolungando indefinitamente le due rette, esse si incontreranno dalla parte dove la somma dei due angoli è minore di due angoli retti.



IL QUINTO POSTULATO

Conseguenza importante

La somma degli angoli di un triangolo è 180°



a+b+c=180°

MA COS’E’ UNA RETTA?

Negli *Elementi* di Euclide si legge

Una linea è lunghezza senza larghezza.

Una linea retta è quella che giace ugualmente rispetto ai suoi punti.

Si può prolungare una linea retta finita in modo continuo in una linea retta (secondo postulato).

MA COS'E' UNA RETTA?

Negli *Elementi* di Euclide si legge

Una ***linea*** *è lunghezza* ***senza larghezza****.*

Una linea retta è quella che giace ugualmente rispetto ai suoi punti.

Si può prolungare una linea retta finita in modo continuo in una linea retta (secondo postulato).

MA COS'E' UNA RETTA?

Negli *Elementi* di Euclide si legge

*Una **linea** è lunghezza **senza larghezza**.*

*Una linea retta è quella che **giace** ugualmente **rispetto ai suoi punti**.*

Si può prolungare una linea retta finita in modo continuo in una linea retta (secondo postulato).

MA COS’E’ UNA RETTA?

Negli *Elementi* di Euclide si legge

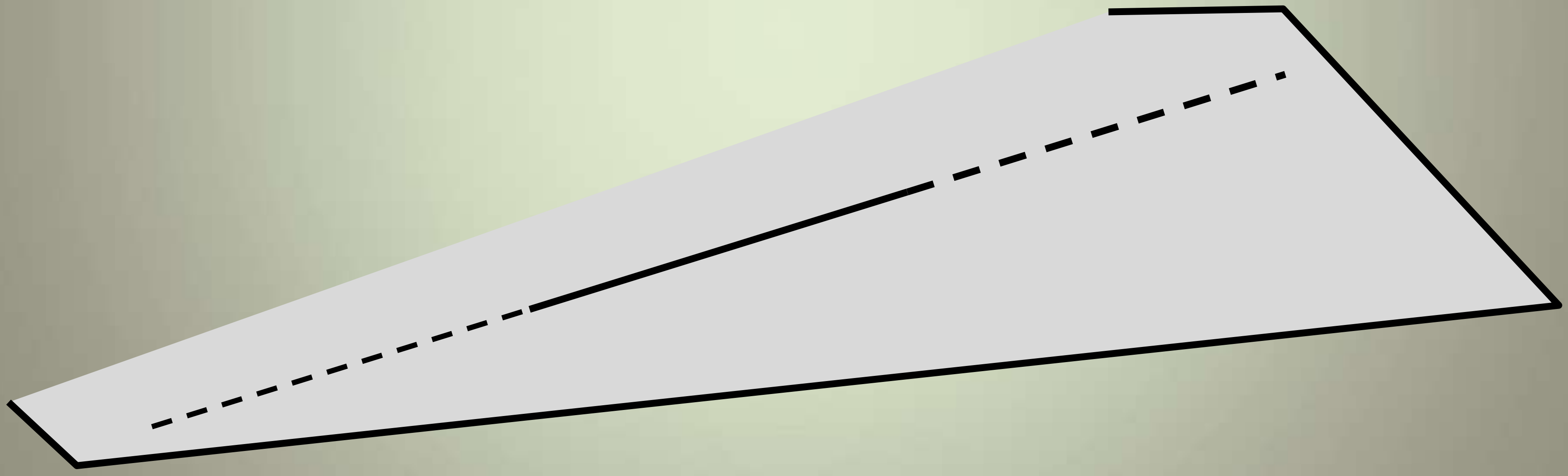
*Una **linea** è lunghezza **senza larghezza**.*

*Una linea retta è quella che **giace** ugualmente **rispetto ai suoi punti**.*

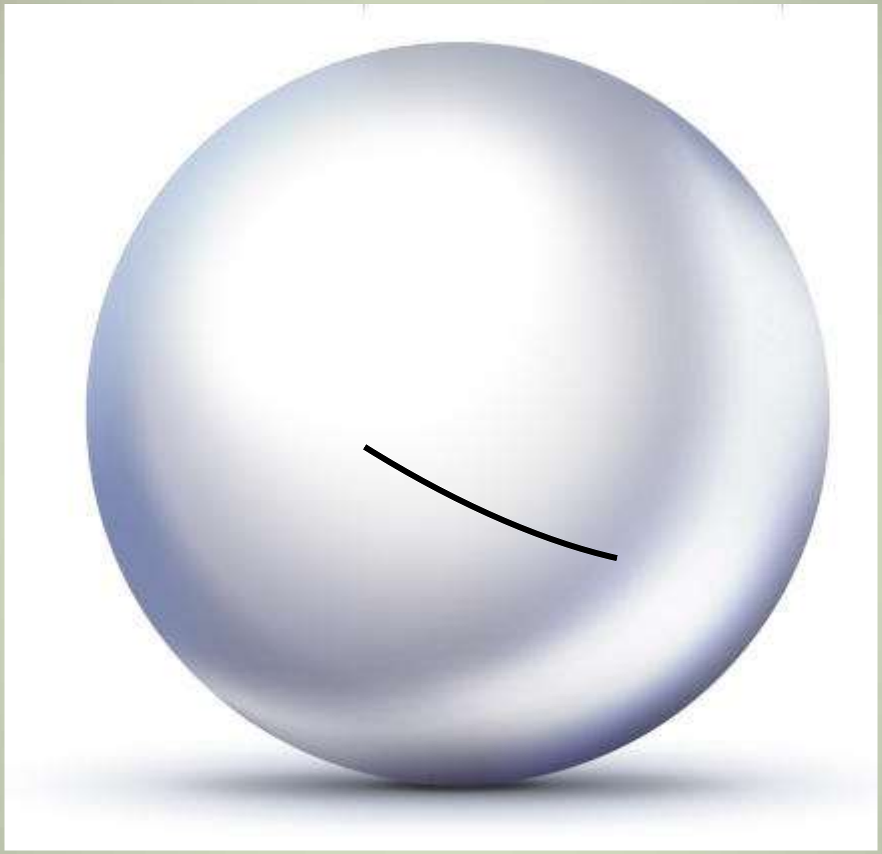
***Si può prolungare** una linea retta finita **in modo continuo** in una linea retta (secondo postulato).*

MA COS'E' UNA RETTA?

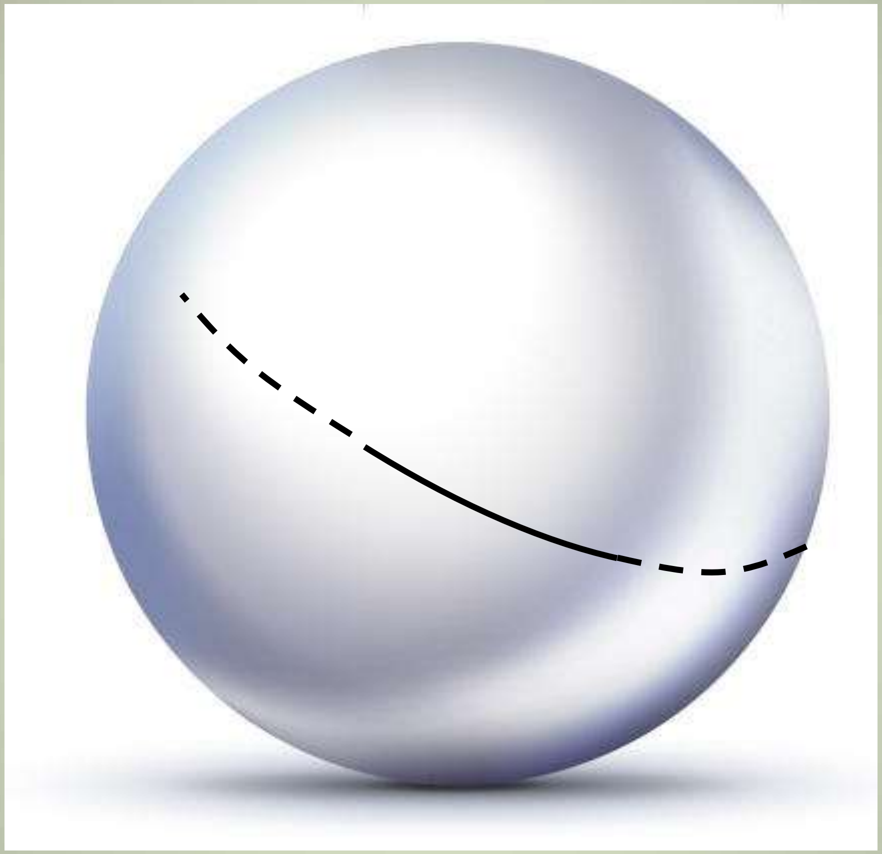
L'idea intuitiva porta a concepire la retta in uno spazio piatto



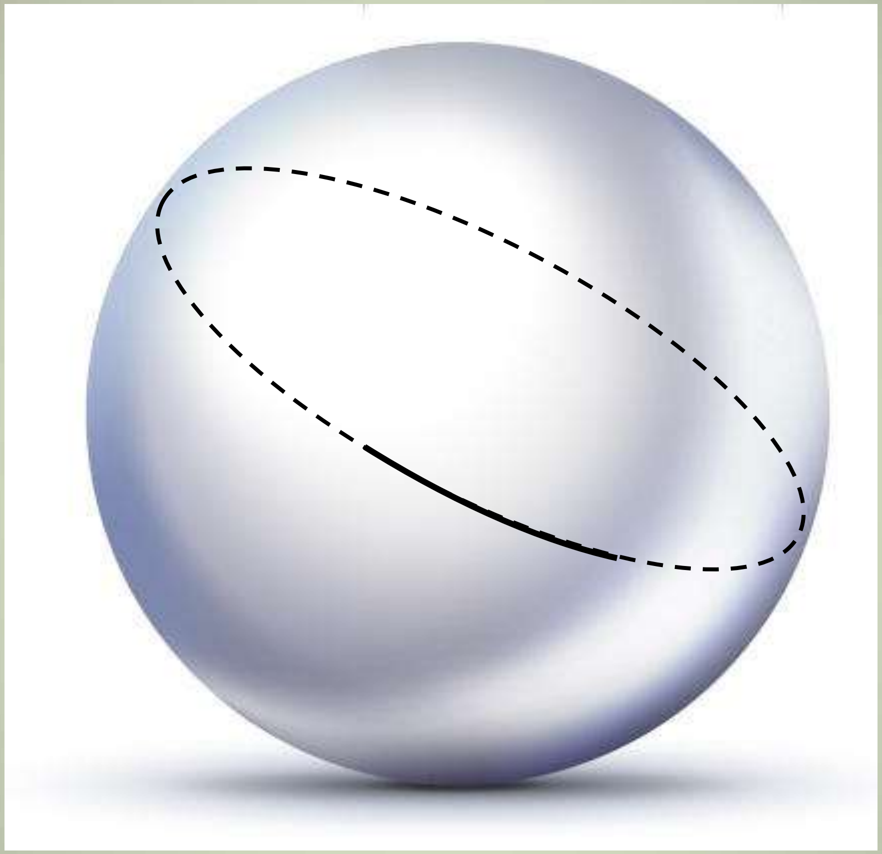
Ma se lo spazio è curvo?



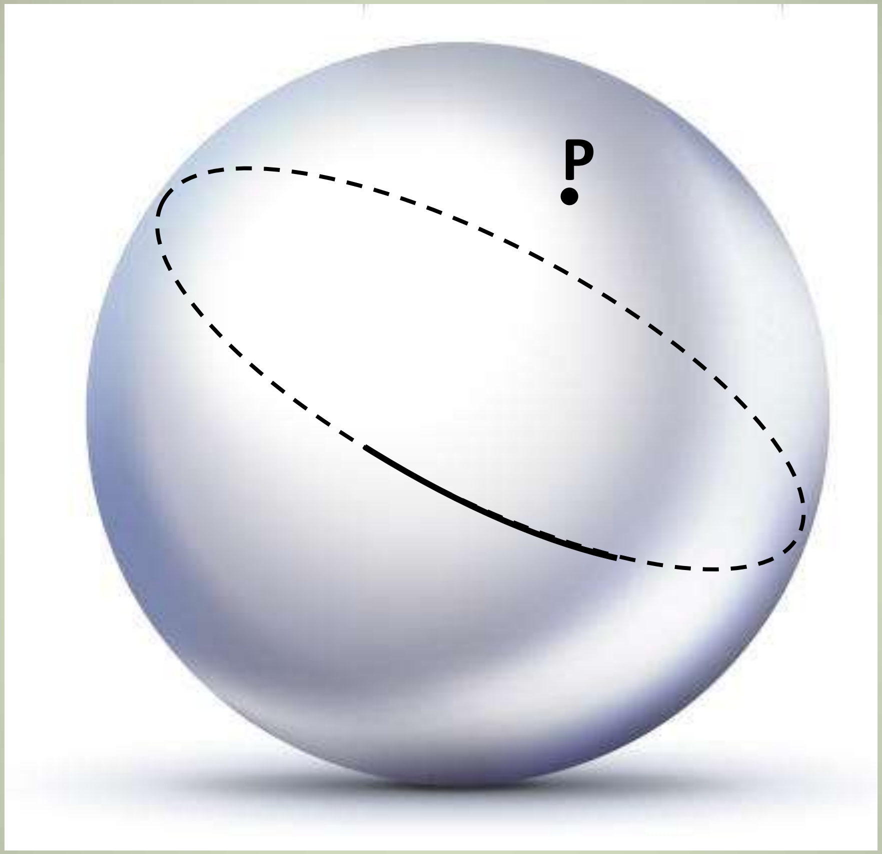
Ma se lo spazio è curvo?



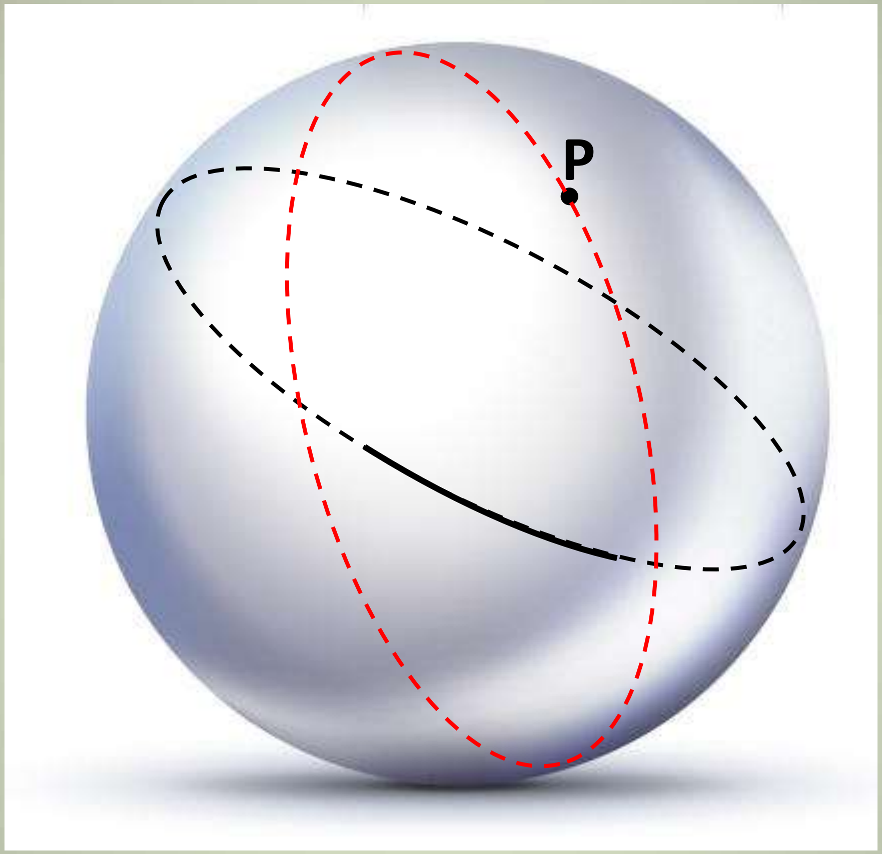
Ma se lo spazio è curvo?



Ma se lo spazio è curvo?



Ma se lo spazio è curvo?



Gauss, Lobačhevskij, Riemann

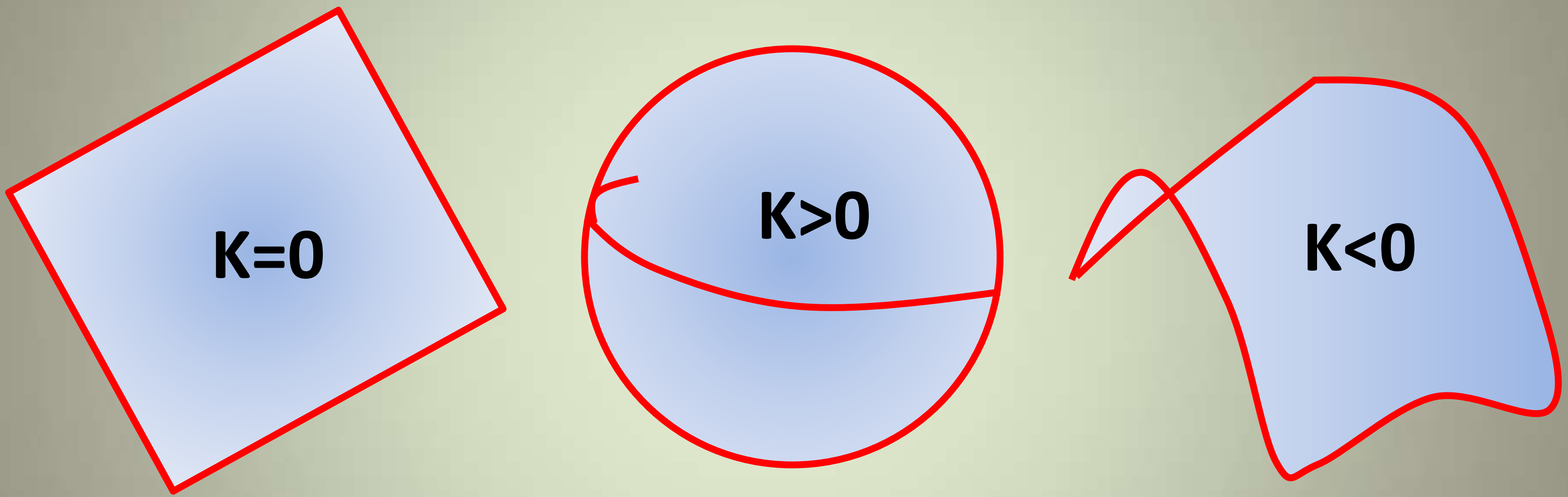
1777-1855

1792-1856

1826-1866

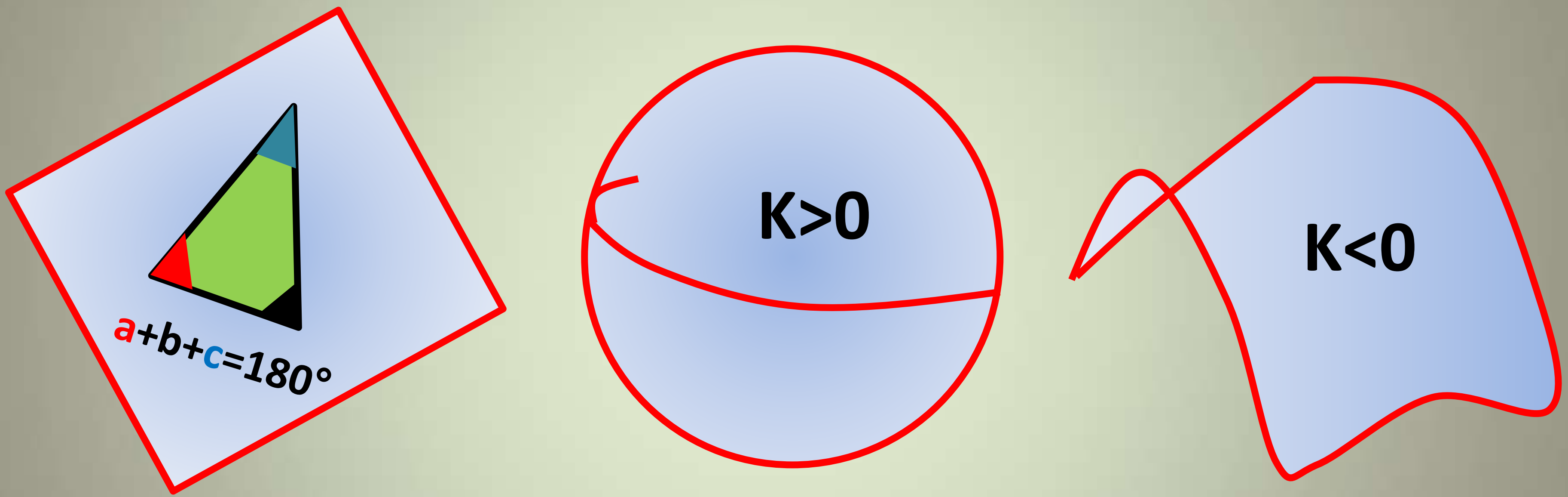
Mettono definitivamente in luce l’indipendenza del quinto postulato dagli altri. Nascono le geometrie non euclidee legate al concetto di curvatura.

UNA, NESSUNA, CENTOMILA…



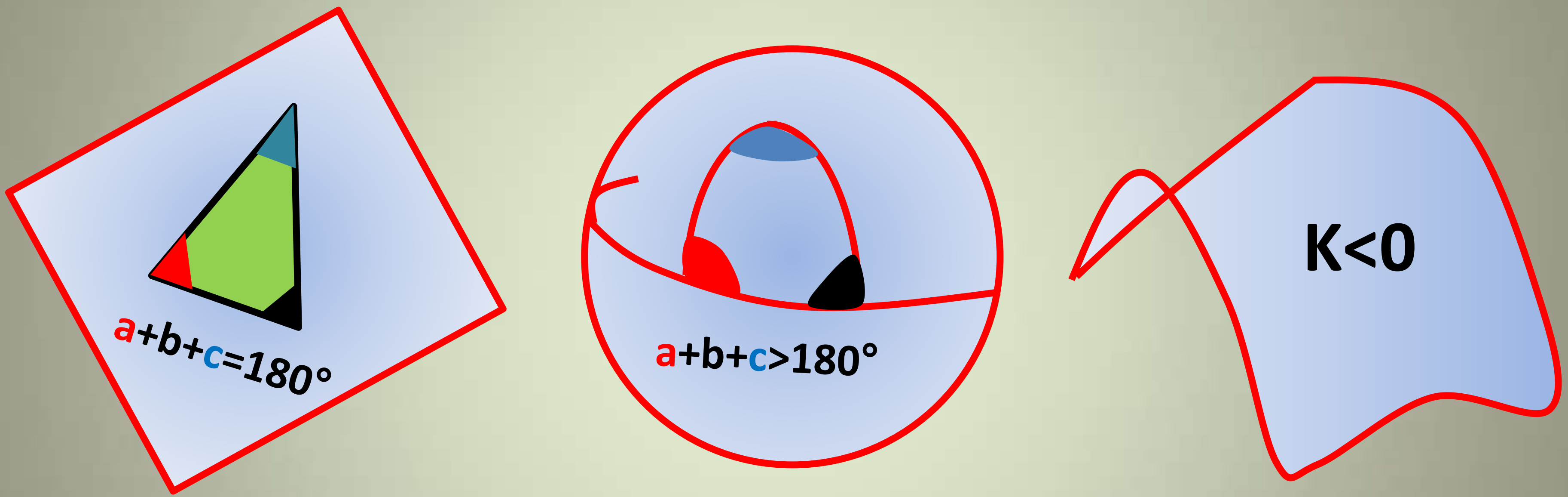
La curvatura K determina il tipo di geometria

UNA, NESSUNA, CENTOMILA…



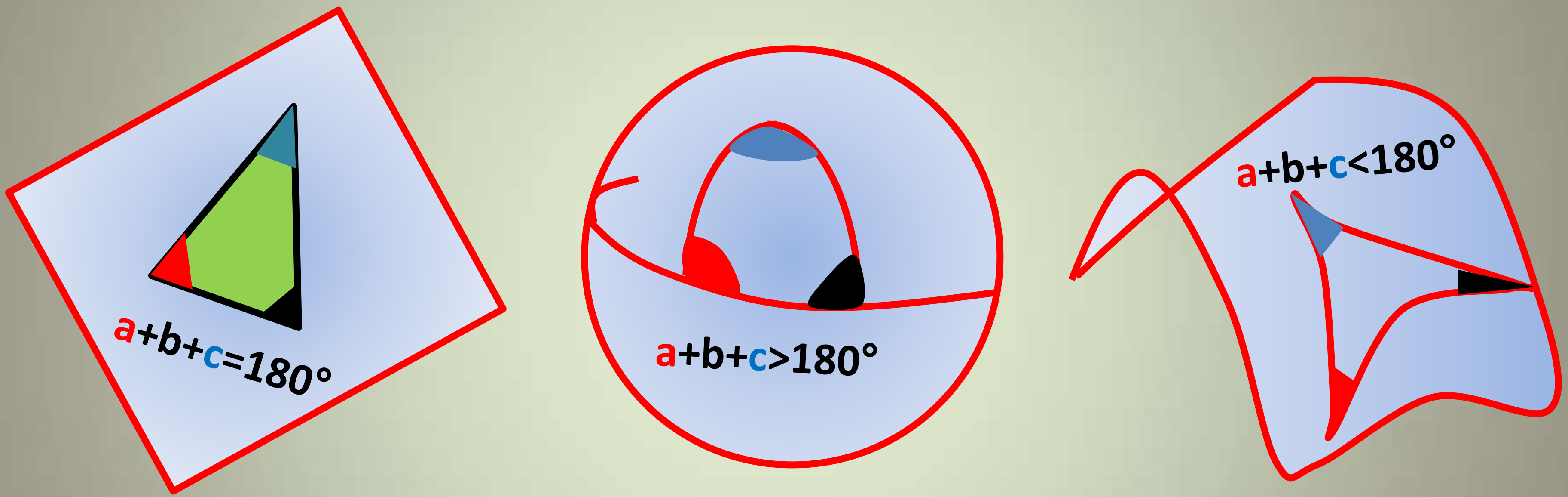
La curvatura K determina il tipo di geometria

UNA, NESSUNA, CENTOMILA…



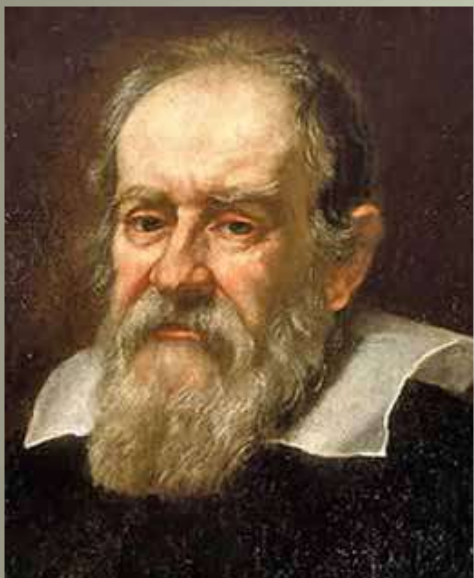
La curvatura K determina il tipo di geometria

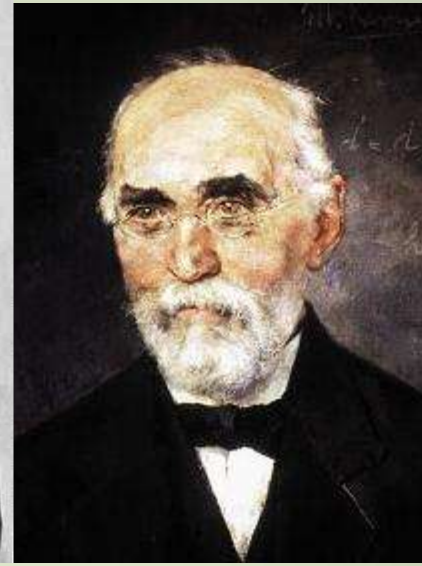
UNA, NESSUNA, CENTOMILA…

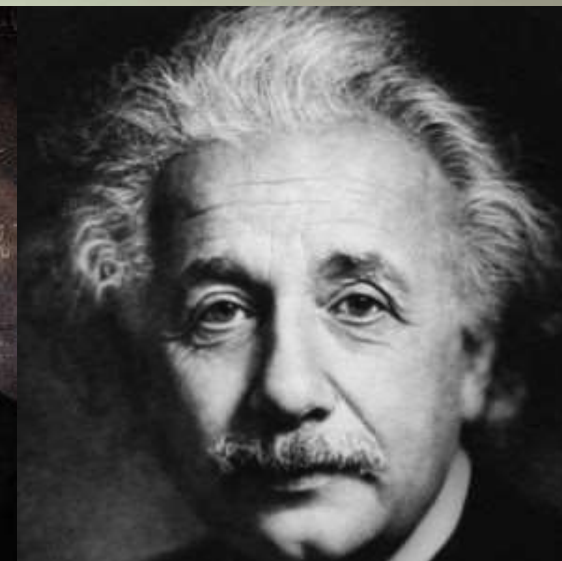


La curvatura K determina il tipo di geometria

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein



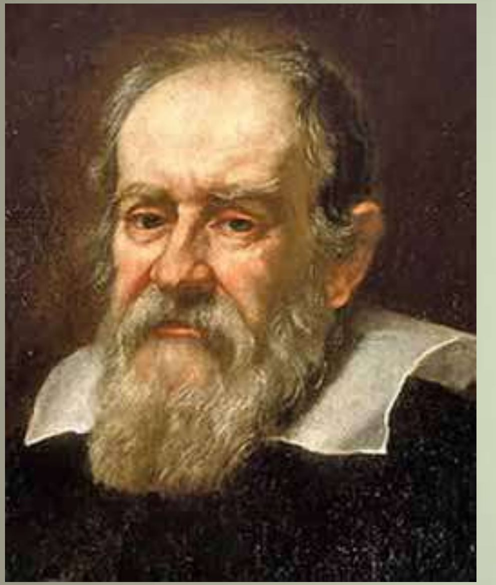




1564-1642 **1864-1909** **1853-1928** **1879-1955**

Superano, in maniera sempre più approfondita, la visione fisica aristotelica, scoprendo che la geometria dello spazio-tempo non può essere descritta in maniera euclidea.

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein



1564-1642

SPAZIO-TEMPO GALILEIANO

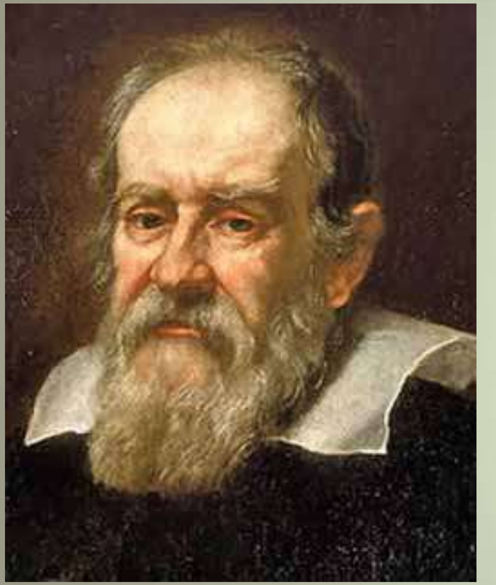
Come in Aristotele spazio e tempo sono entità indipendenti ma viene introdotto il Metodo Sperimentale.

Tutto va misurato

Le misure di intervalli di tempo e di lunghezze seguono le regole della geometria euclidea.

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein

SPAZIO-TEMPO GALILEIANO



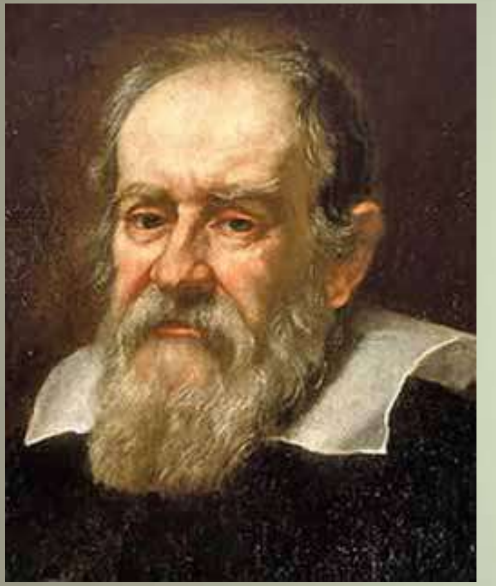
1564-1642

Misura delle lunghezze

$$\Delta L = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein

SPAZIO-TEMPO GALILEIANO

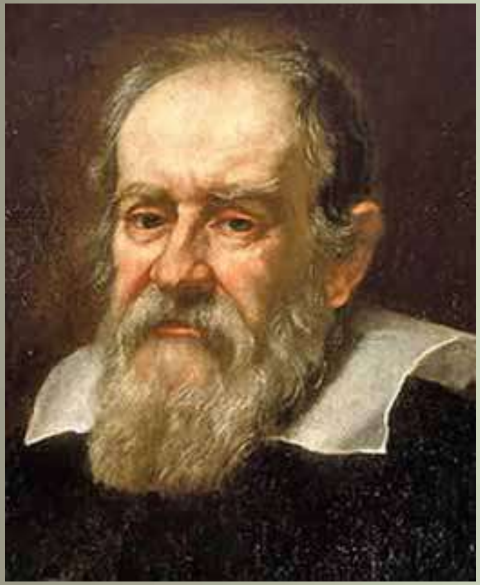


1564-1642

Misura degli intervalli di tempo

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein



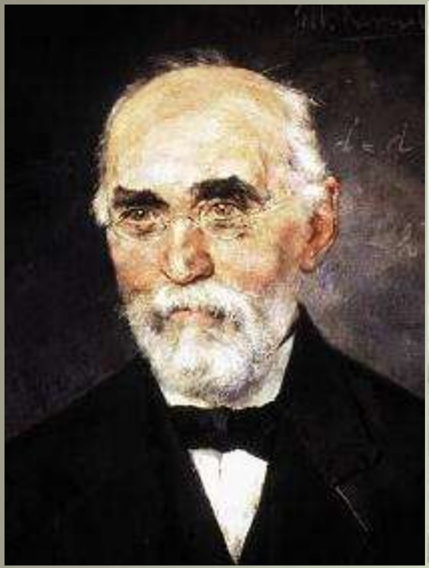
1564-1642

SPAZIO-TEMPO GALILEIANO

Spazio e tempo sono grandezze assolute, cioè hanno le stesse misure in tutti i riferimenti inerziali

$$\begin{cases} \Delta t_M = \Delta t \\ L_M = L \end{cases}$$

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein

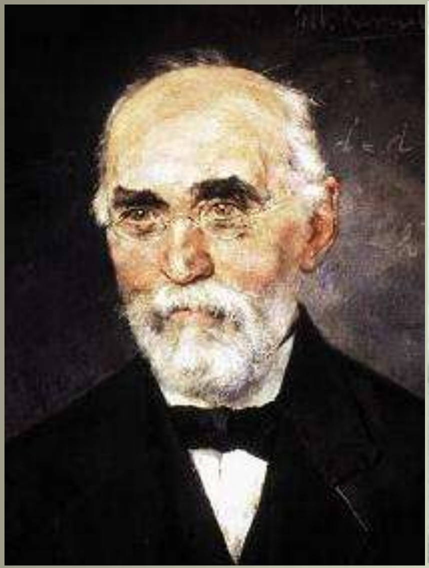


SPAZIO-TEMPO DI LORENTZ-MINKOWSKI

1853-1928 **1864-1909**

Spazio e tempo interagiscono tra loro.

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein

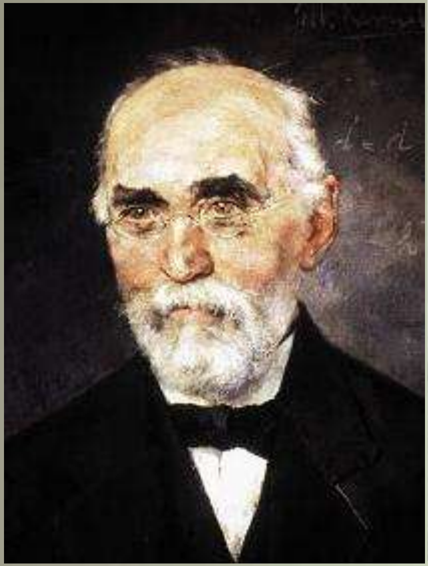


SPAZIO-TEMPO DI LORENTZ-MINKOWSKI

1853-1928 **1864-1909**

La geometria non è più Euclidea ma si ha uno Spazio di Minkowski.

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein

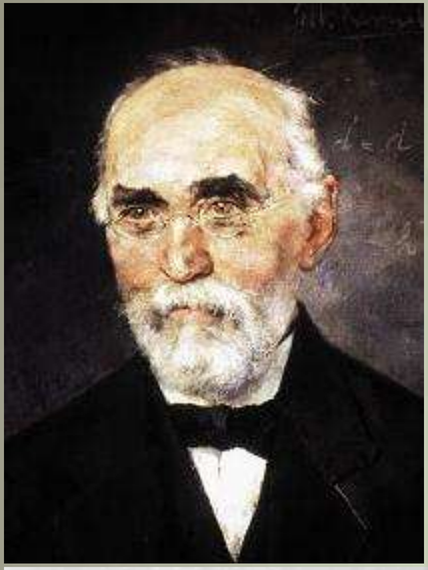


SPAZIO-TEMPO DI LORENTZ-MINKOWSKI

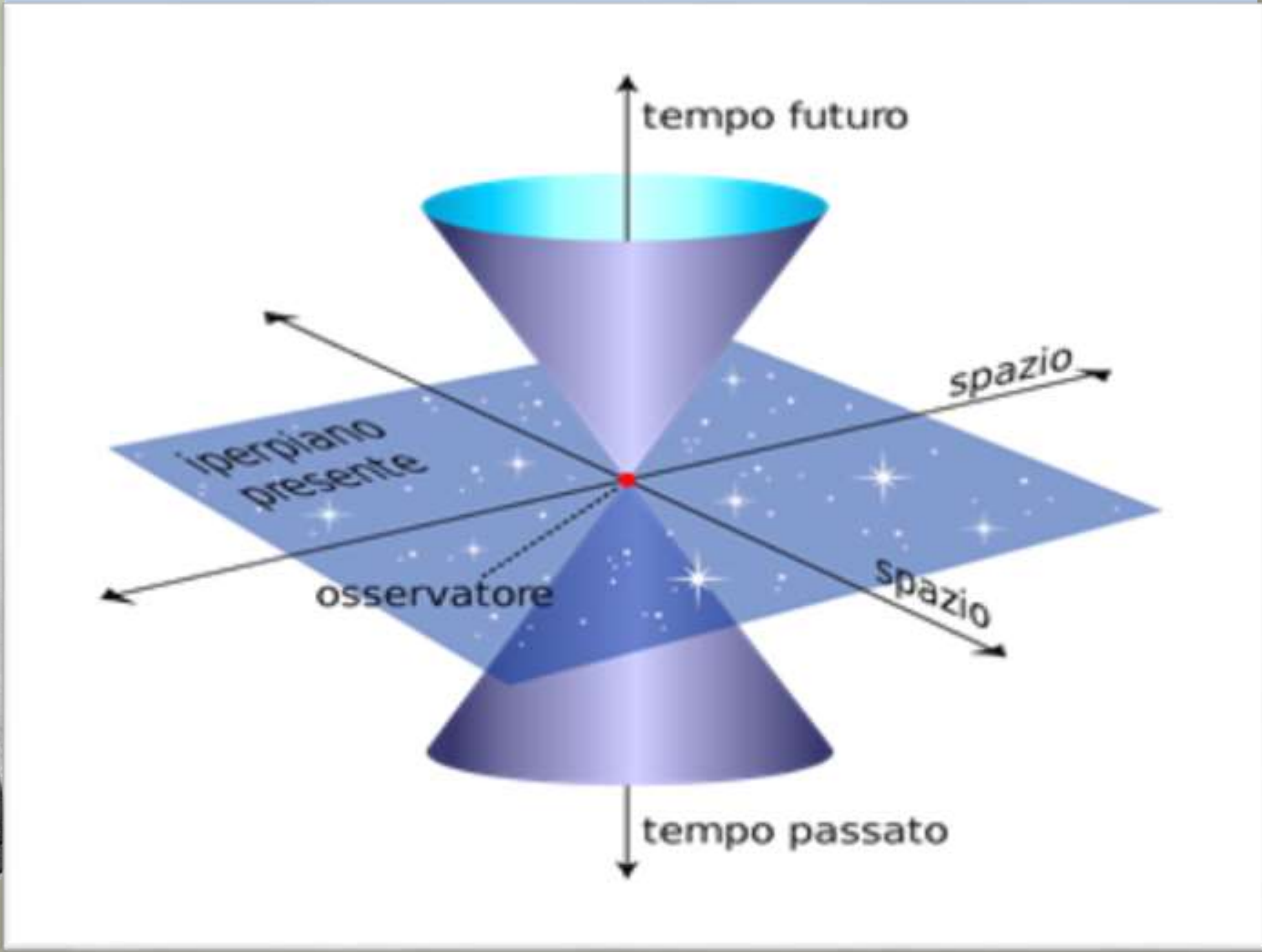
1853-1928 **1864-1909**

Lo spazio-tempo e' uno spazio piatto (K=0) a 4 dimensioni, 3 spaziali e 1 temporale.

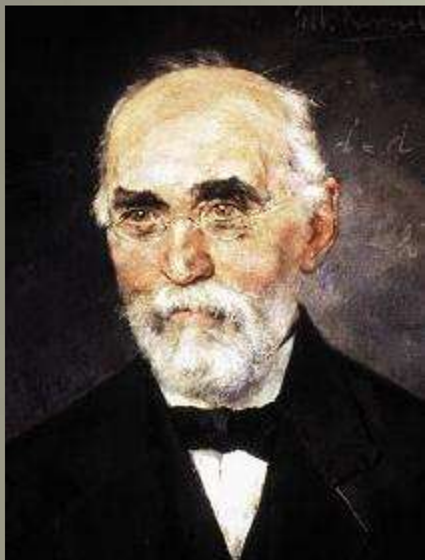
Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein



SPAZIO-TEMPO DI LORENTZ_MINKOWSKI



Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein



SPAZIO-TEMPO DI LORENTZ-MINKOWSKI

Non si può definire separatamente una distanza spaziale e una distanza temporale. La distanza spazio-temporale D risulta

$$D = \sqrt{c^2 t^2 - L^2}$$

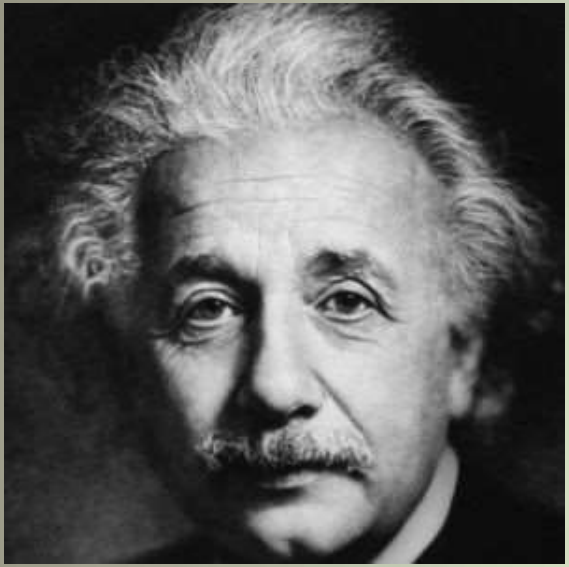
Le misure di intervalli di tempo e lunghezze cambiano a seconda della velocità.

$$\begin{cases} \Delta t_D = \gamma \Delta t_S \\ L_D = \dfrac{1}{\gamma} L_S \end{cases} \qquad \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

S= osservatore per cui il fenomeno è statico

D=osservatore per cui il fenomeno è dinamico

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein

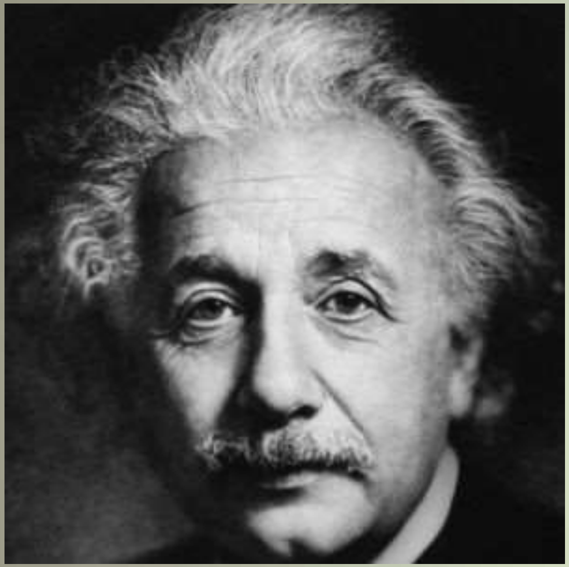


1879-1955

SPAZIO-TEMPO DI EINSTEIN

Spazio e tempo interagiscono tra loro.

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein

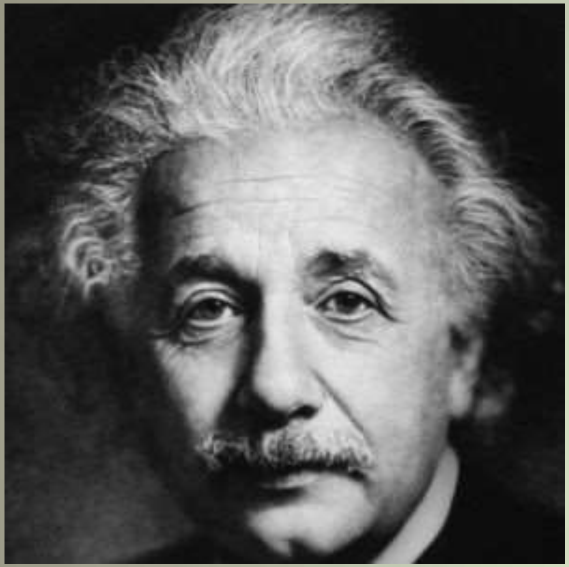


1879-1955

SPAZIO-TEMPO DI EINSTEIN

La presenza di massa incurva la geometria dello spazio-tempo, che non è più minkowskiano piatto.

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein

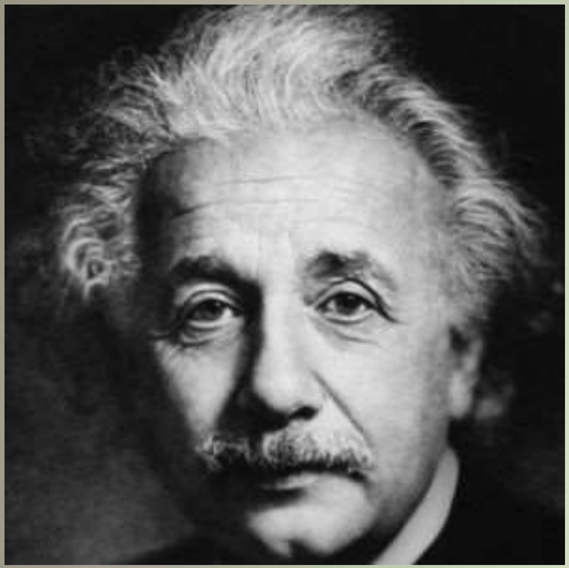


1879-1955

SPAZIO-TEMPO DI EINSTEIN

La geometria spazio-temporale cambia a seconda della materia che occupa la regione in cui essa deve essere valutata.

Galileo, Minkowski, Lorentz, Einstein



1879-1955

SPAZIO-TEMPO DI EINSTEIN

I fenomeni della contrazione delle lunghezze e della dilatazione dei tempi vengono accentuati dalla presenza di masse.

LA GEOMETRIA DELL'UNIVERSO

- Già la Teoria della Relatività ristretta (quindi in assenza di massa) aveva dimostrato che la geometria dello spazio-tempo cambia al variare della velocità.

$$L = L_S\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \qquad L<L_S$$

$$I(t) = I(t)_S\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad I(t)>I(t)_S$$

L_S=Lunghezza misurata in quiete (v=0)
$I(t)_S$=Intervallo di tempo misurato in quiete (v=0)

LA GEOMETRIA DELL’UNIVERSO

- La Teoria della relatività generale mostra che la geometria dello spazio-tempo è anche influenzata dalla presenza di masse.

LA GEOMETRIA DELL’UNIVERSO

- La Teoria della relatività generale mostra che la geometria dello spazio-tempo è anche influenzata dalla presenza di masse.
- Infatti, ogni massa produce un campo gravitazionale, e quindi un’accelerazione.

LA GEOMETRIA DELL'UNIVERSO

- La Teoria della relatività generale mostra che la geometria dello spazio-tempo è anche influenzata dalla presenza di masse.
- Infatti, ogni massa produce un campo gravitazionale, e quindi un'accelerazione.
- Ma l'accelerazione è una variazione di velocità, quindi una massa produce una variazione di velocità, e quindi modifica la geometria.

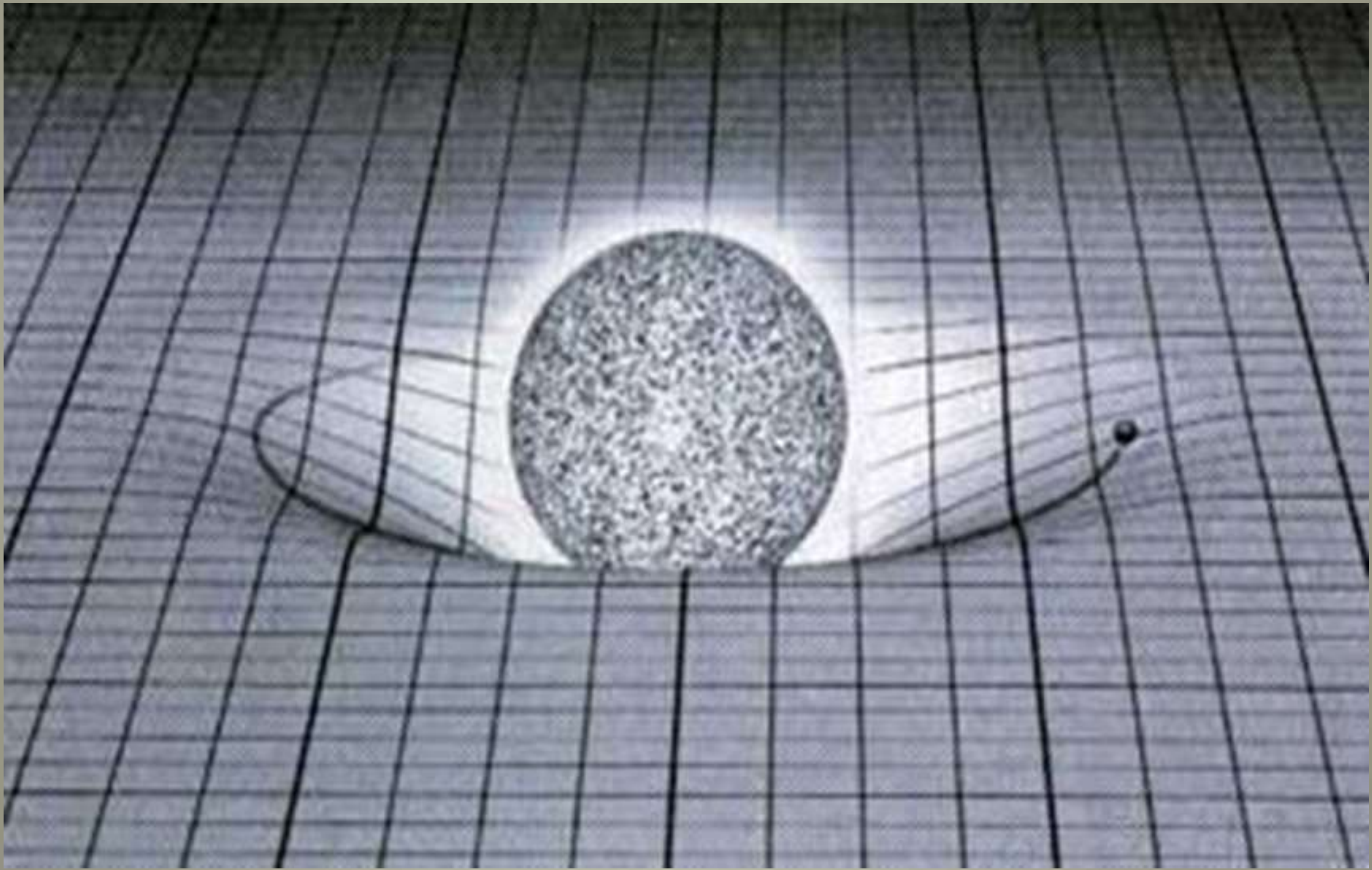
LA CURVATURA

- La massa produce quindi una deformazione geometrica nello spazio tempo che altera la valutazione di distanze ed intervalli di tempo rispetto alla geometria euclidea.

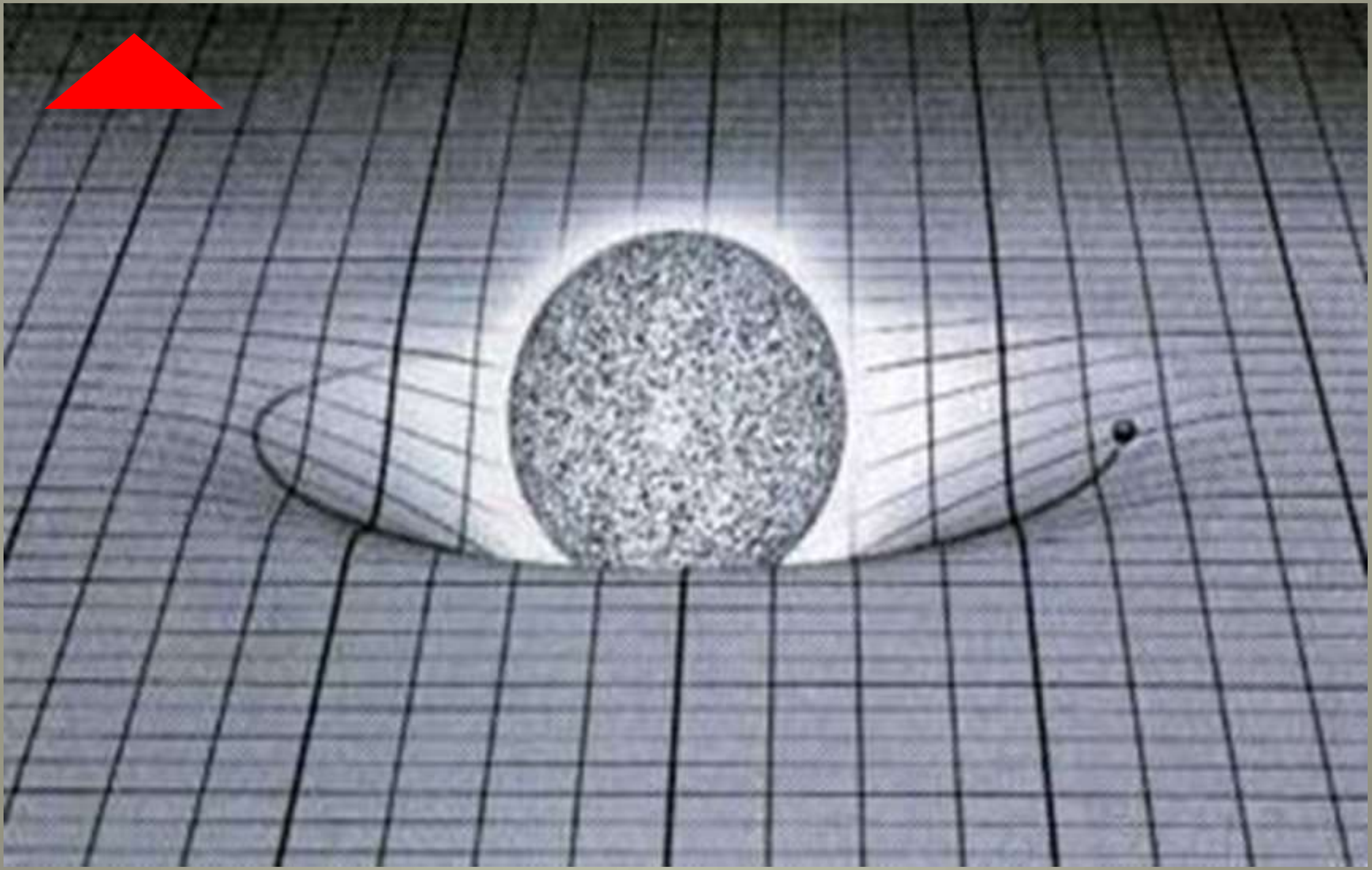
LA CURVATURA

- La massa produce quindi una deformazione geometrica nello spazio tempo che altera la valutazione di distanze ed intervalli di tempo rispetto alla geometria euclidea.
- Questa deformazione spazio-temporale viene definita curvatura, poiché ha l’effetto di modificare le traiettorie (sia spaziali che temporali) come se queste venissero incurvate dalla presenza della massa.

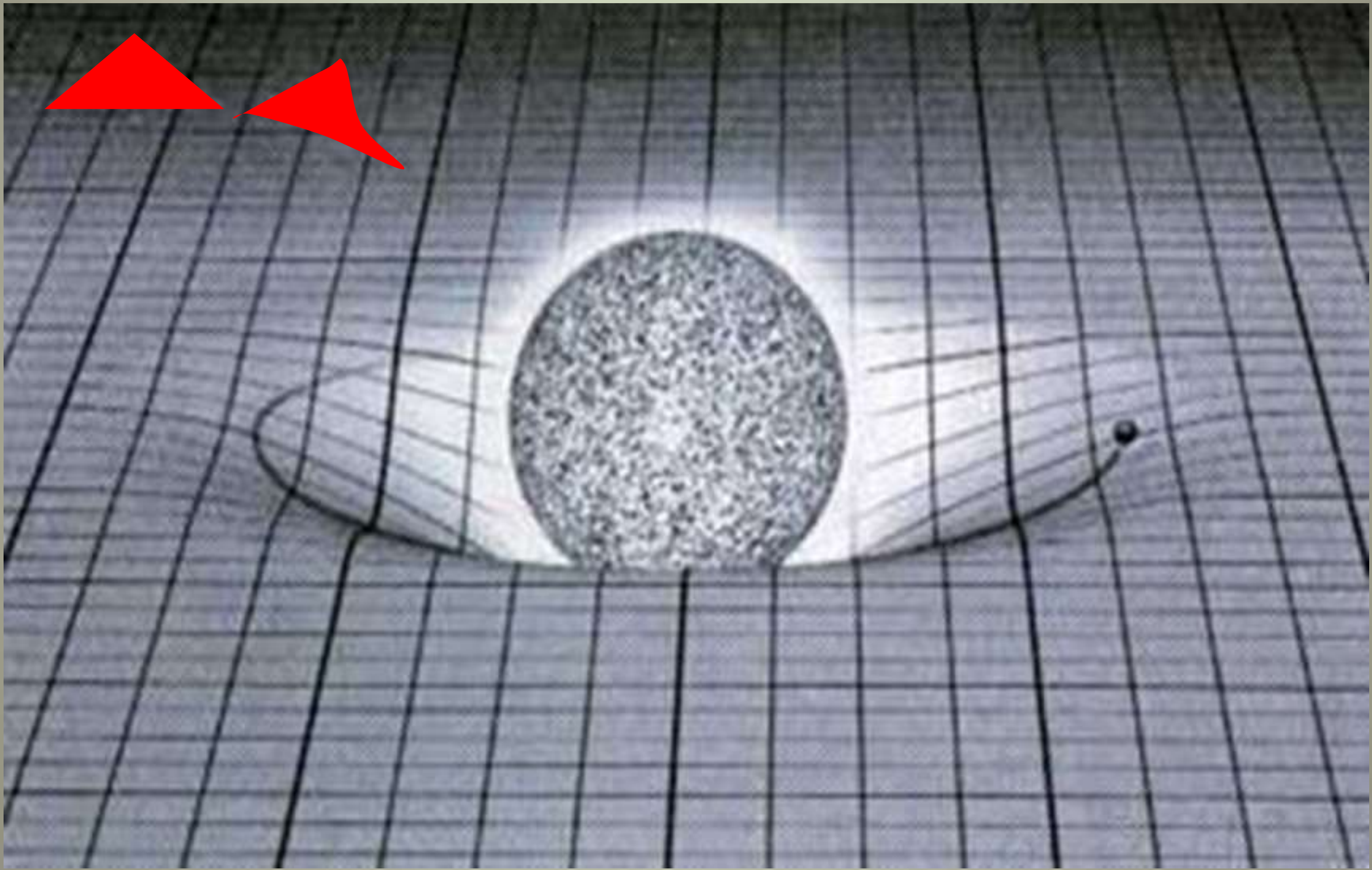
LA CURVATURA DELL'UNIVERSO



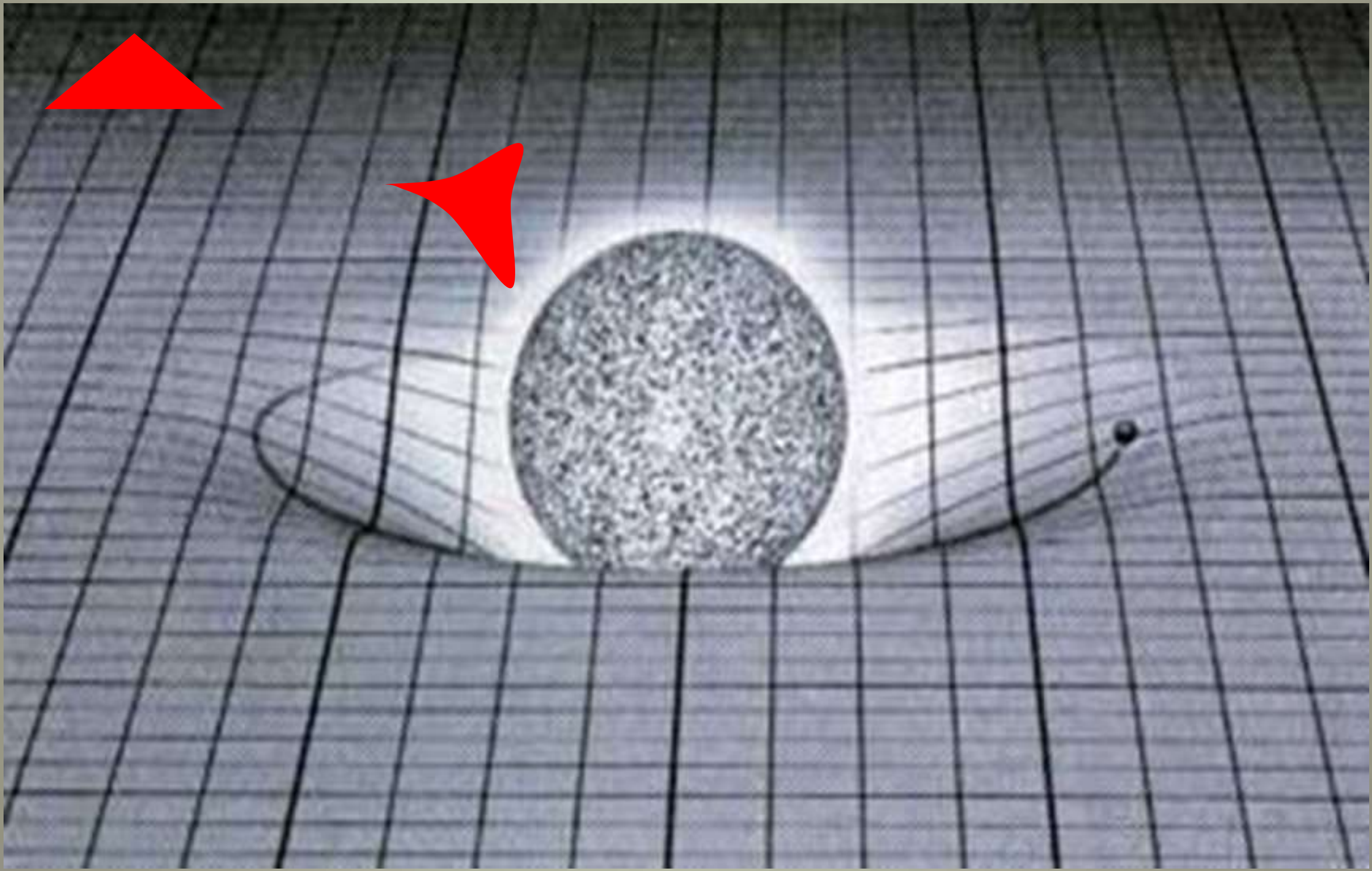
LA CURVATURA DELL’UNIVERSO



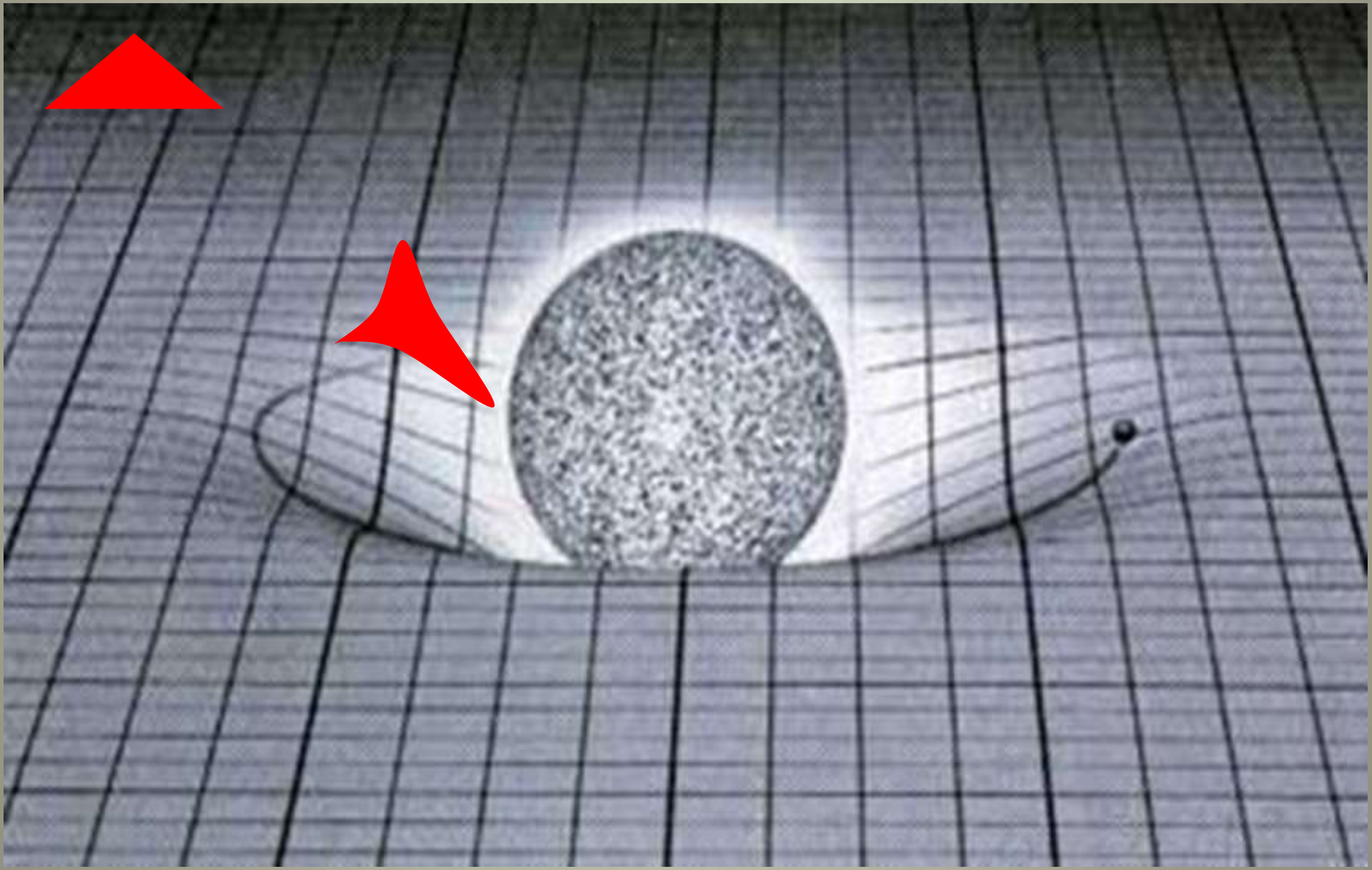
LA CURVATURA DELL'UNIVERSO



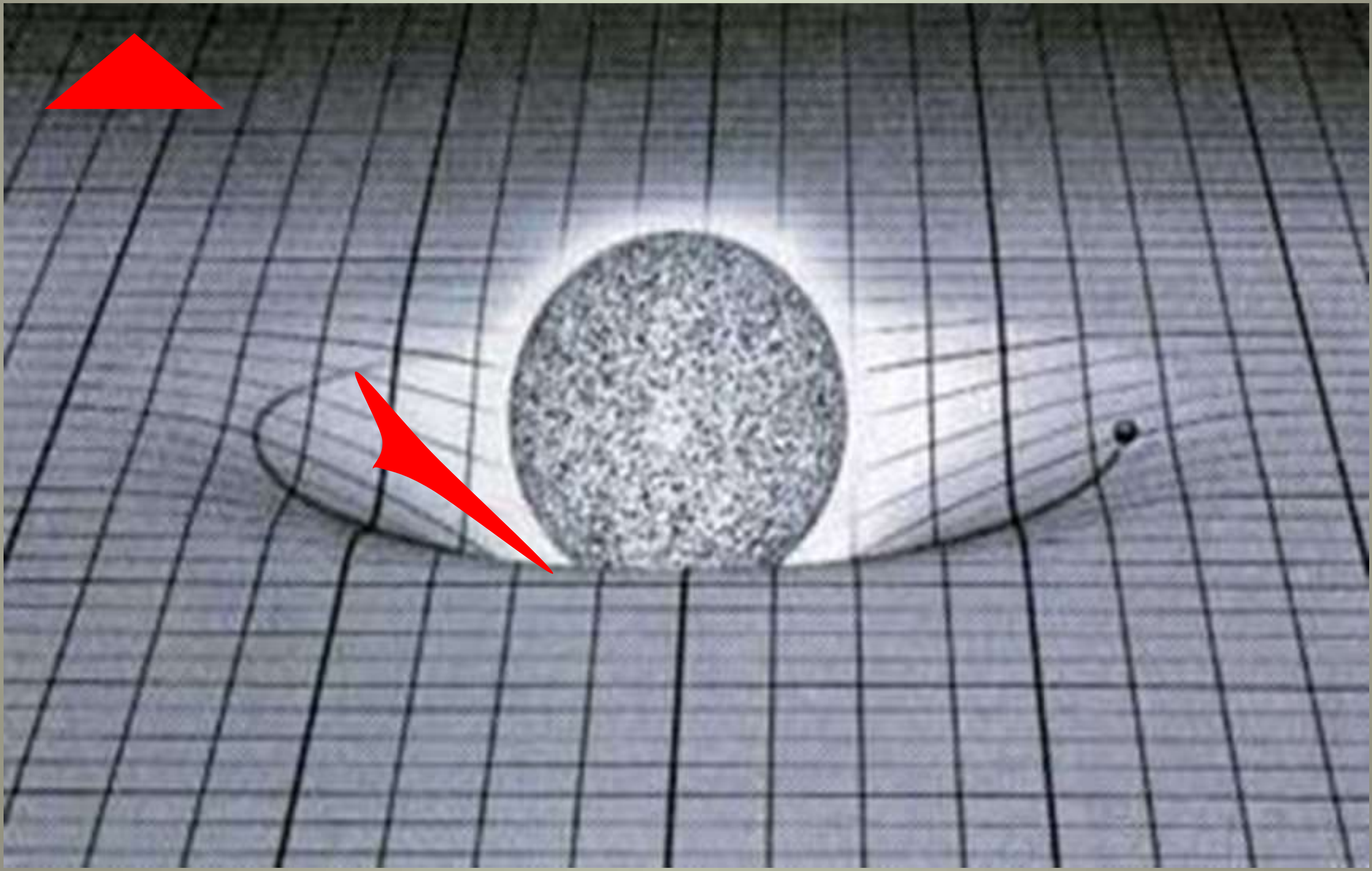
LA CURVATURA DELL'UNIVERSO



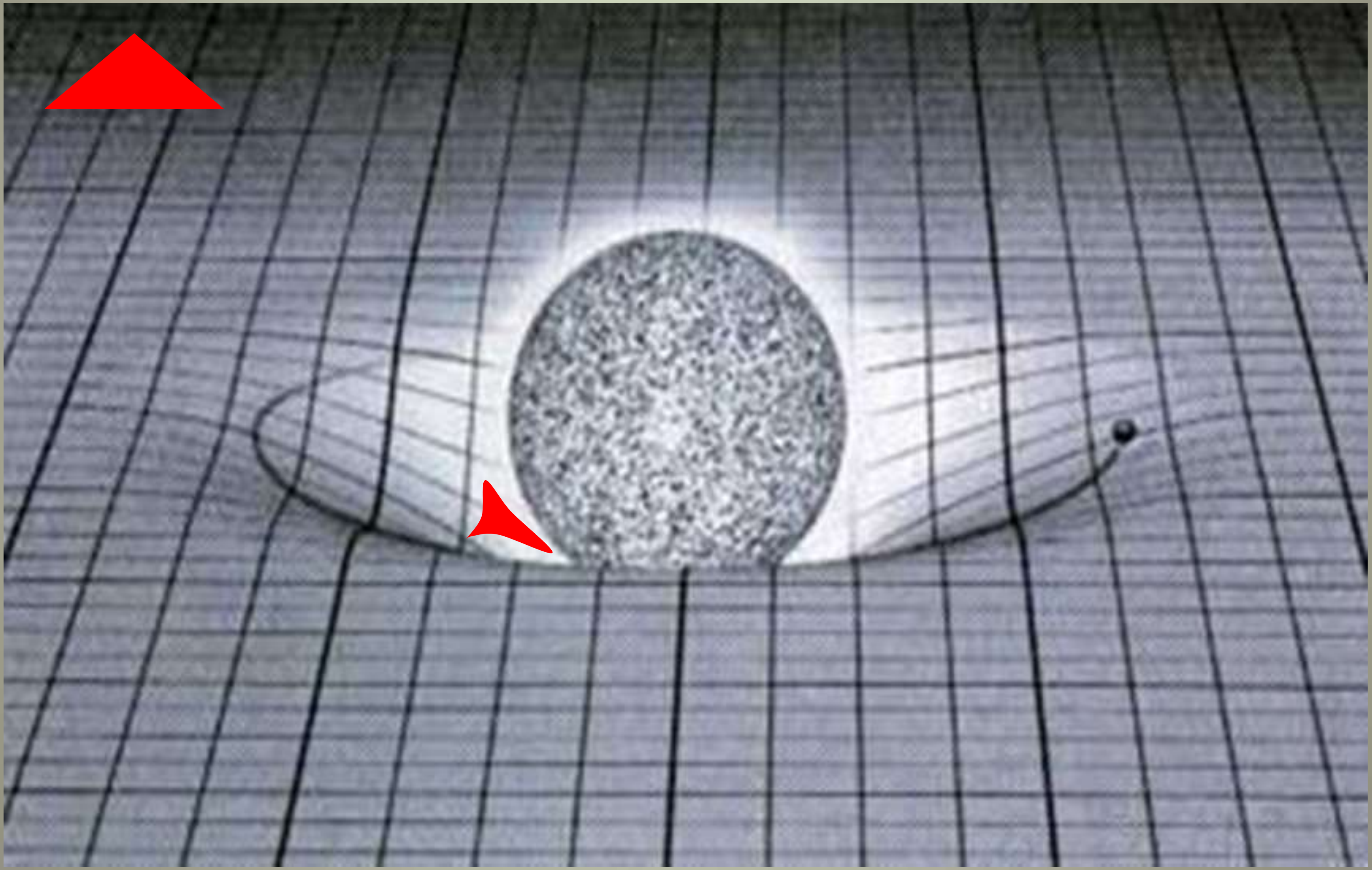
LA CURVATURA DELL'UNIVERSO



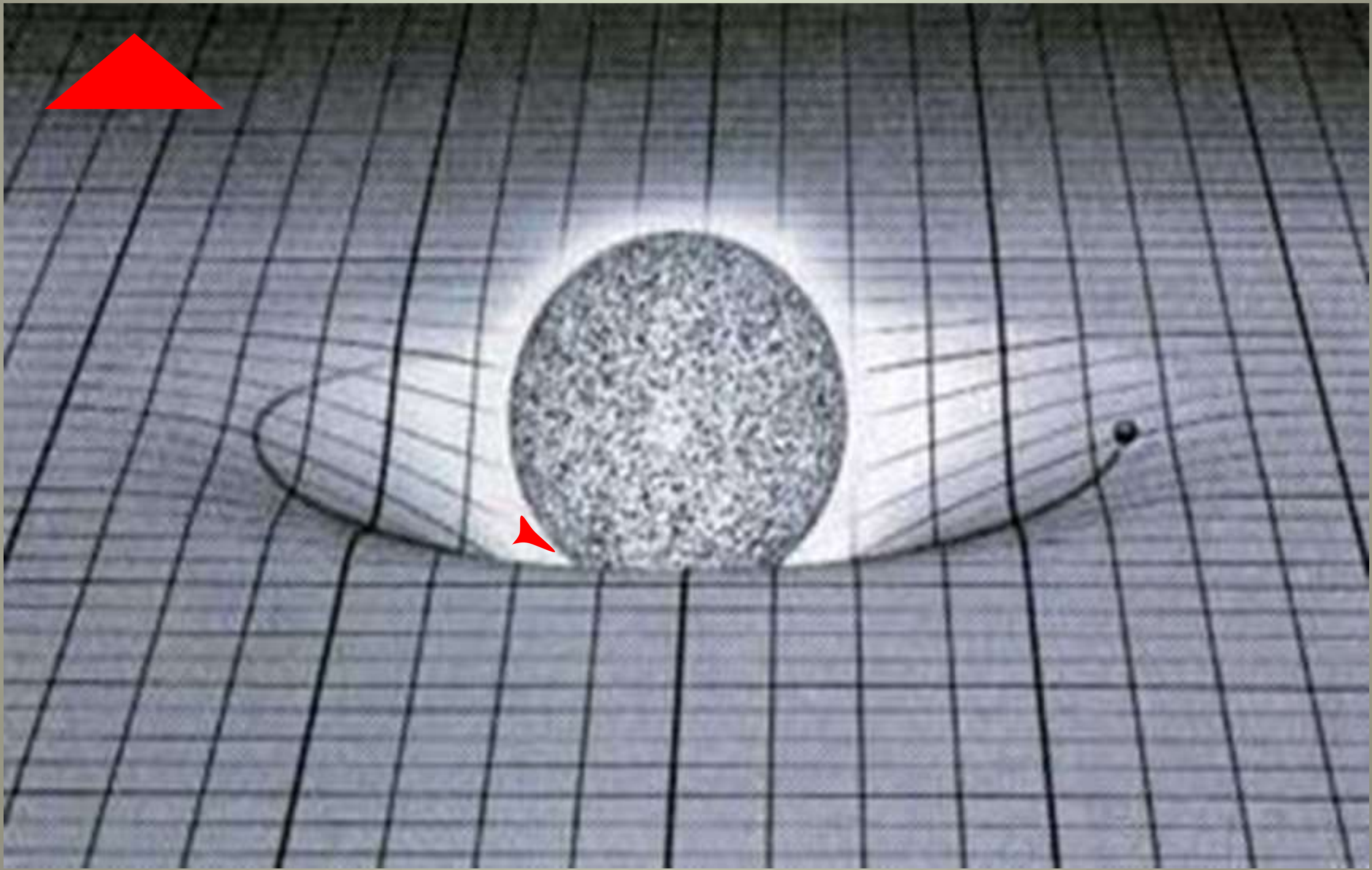
LA CURVATURA DELL'UNIVERSO



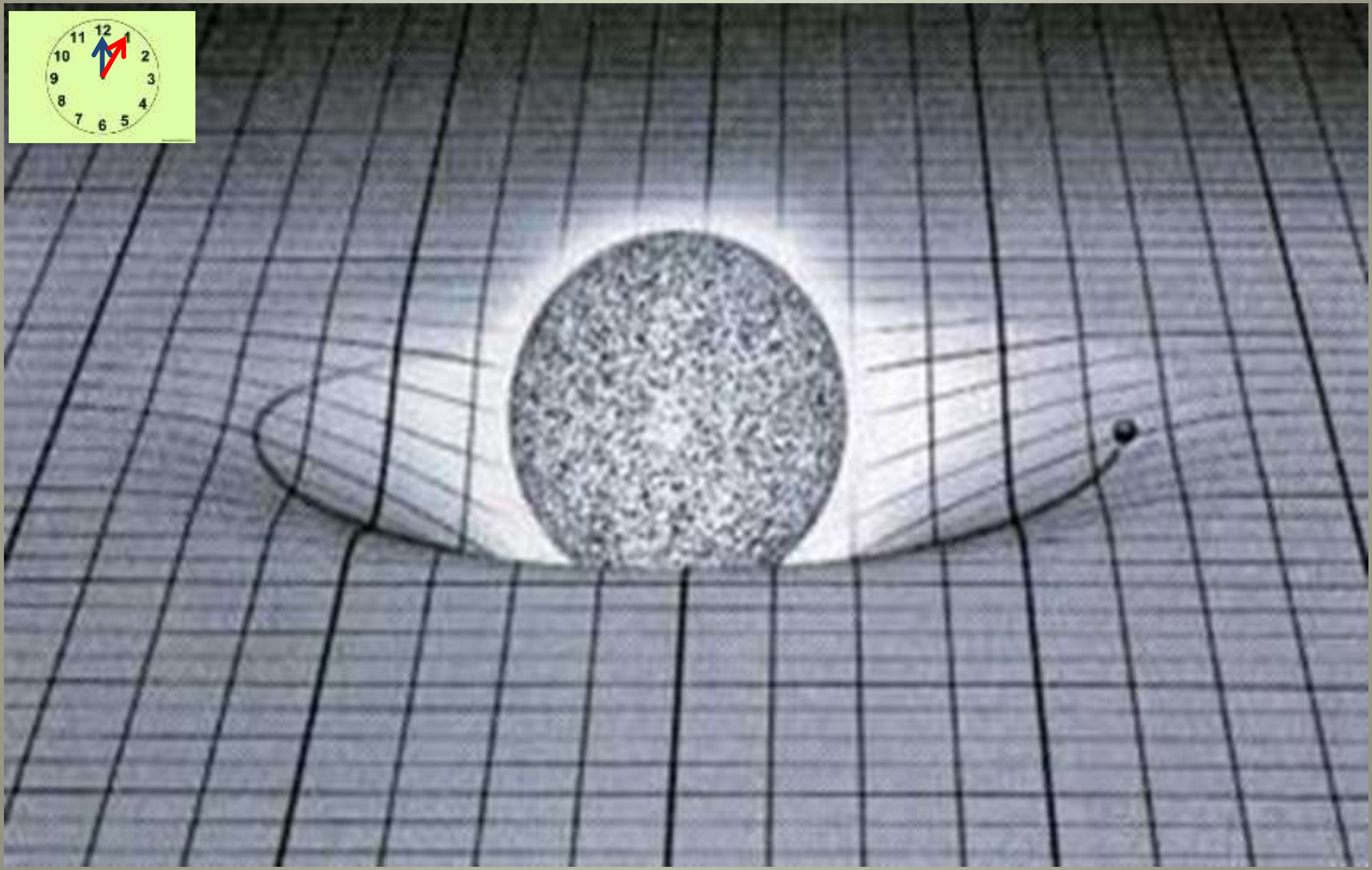
LA CURVATURA DELL’UNIVERSO



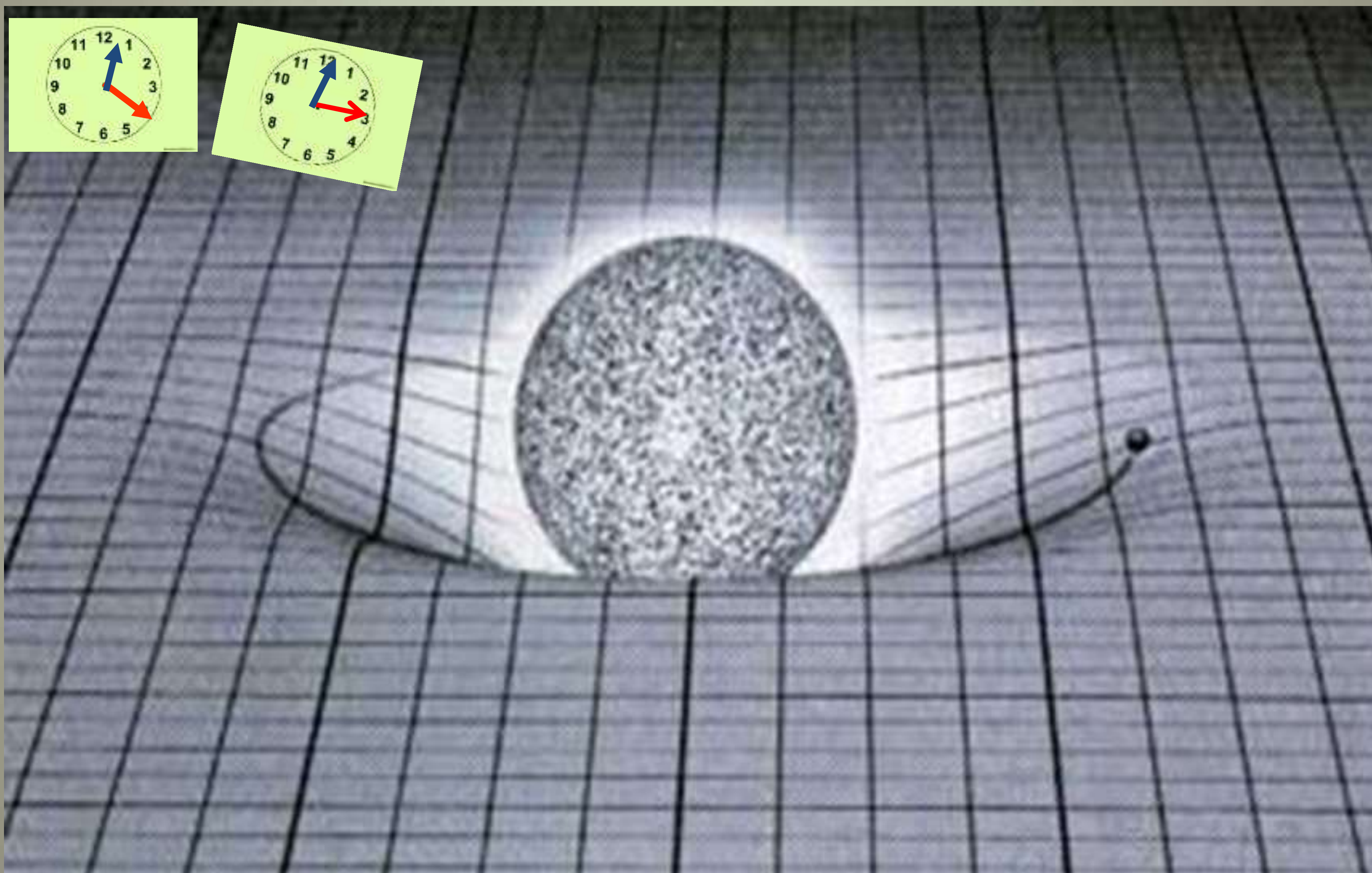
LA CURVATURA DELL'UNIVERSO



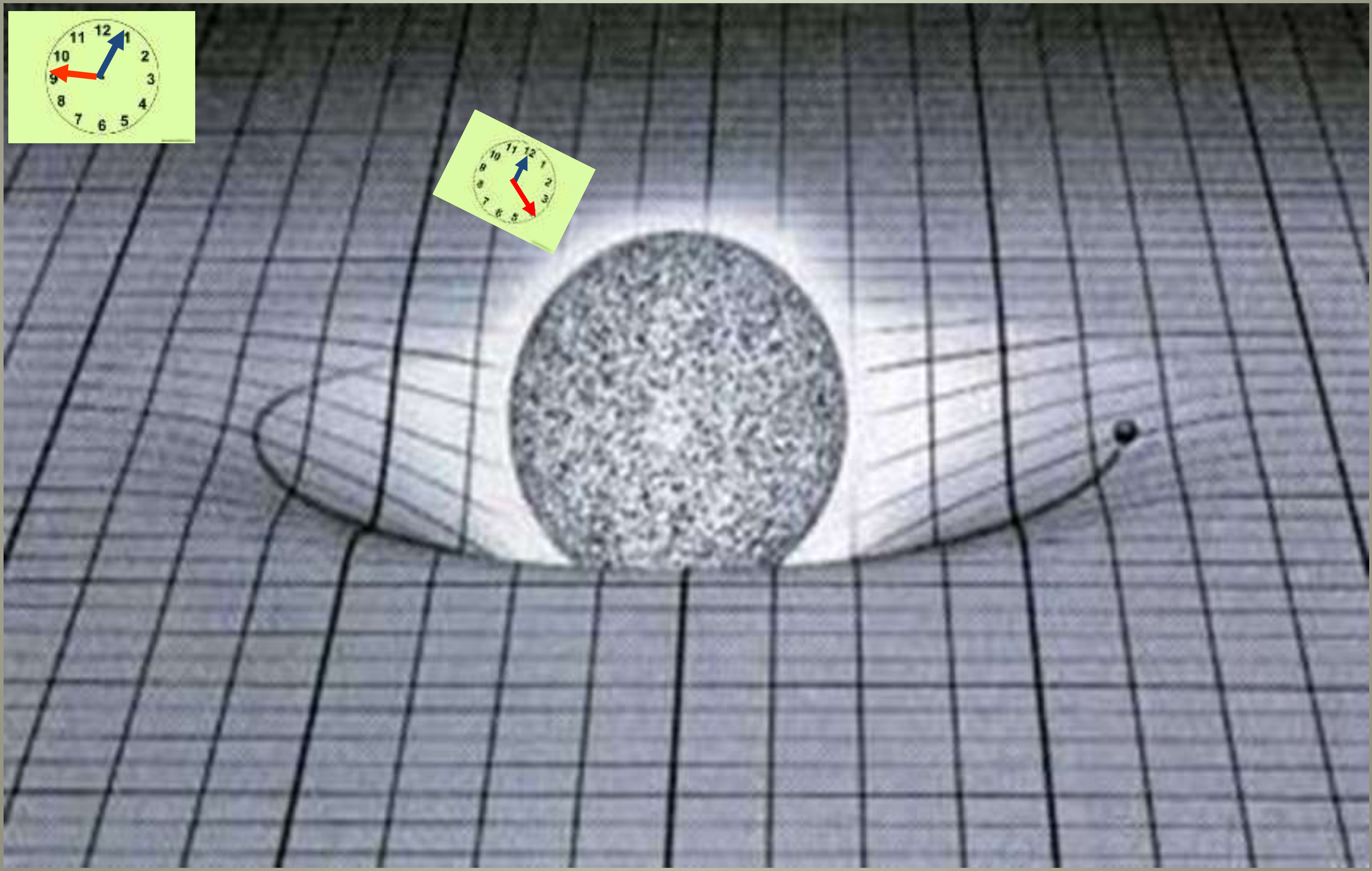
LA CURVATURA DELL'UNIVERSO



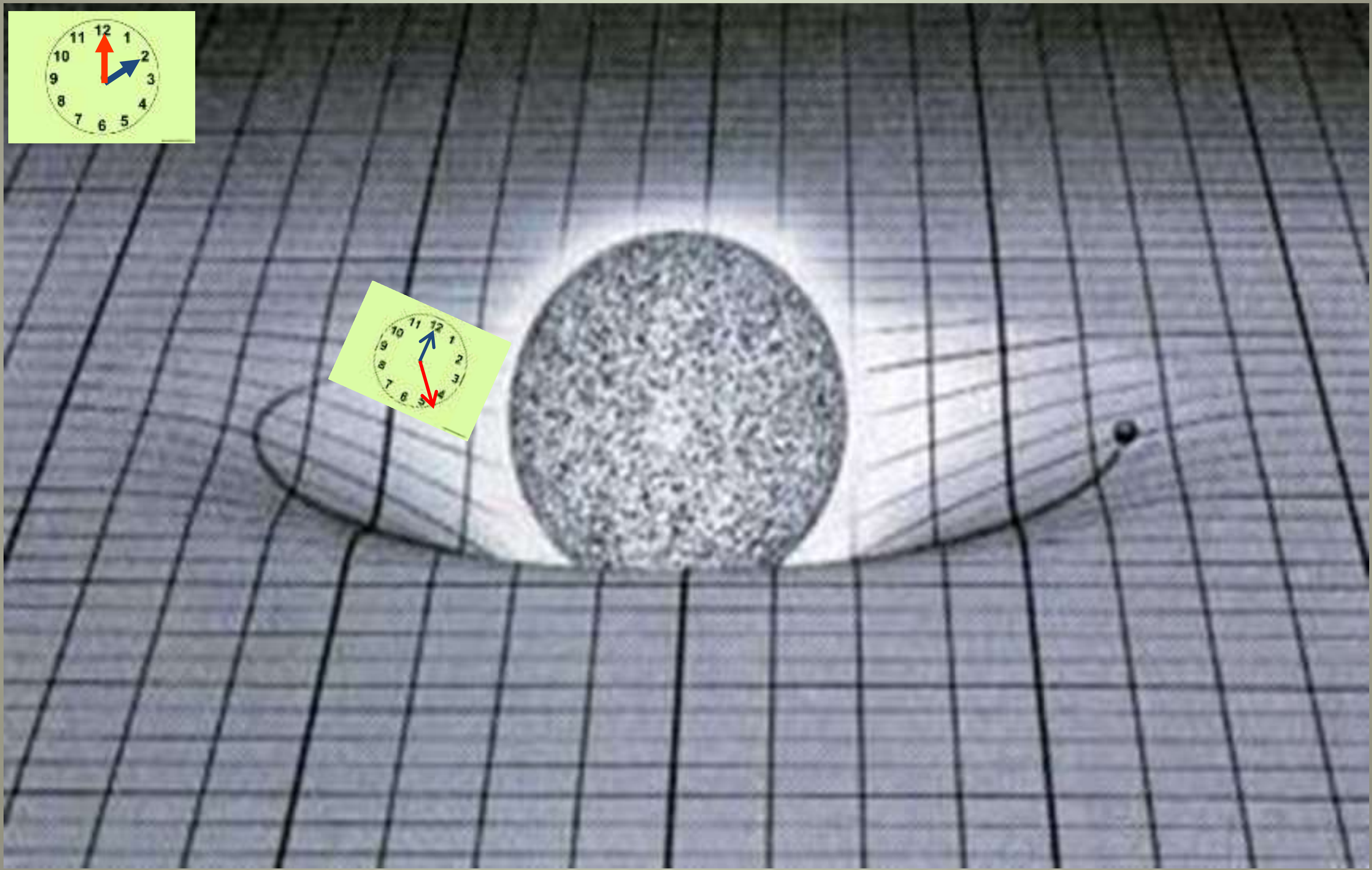
LA CURVATURA DELL’UNIVERSO



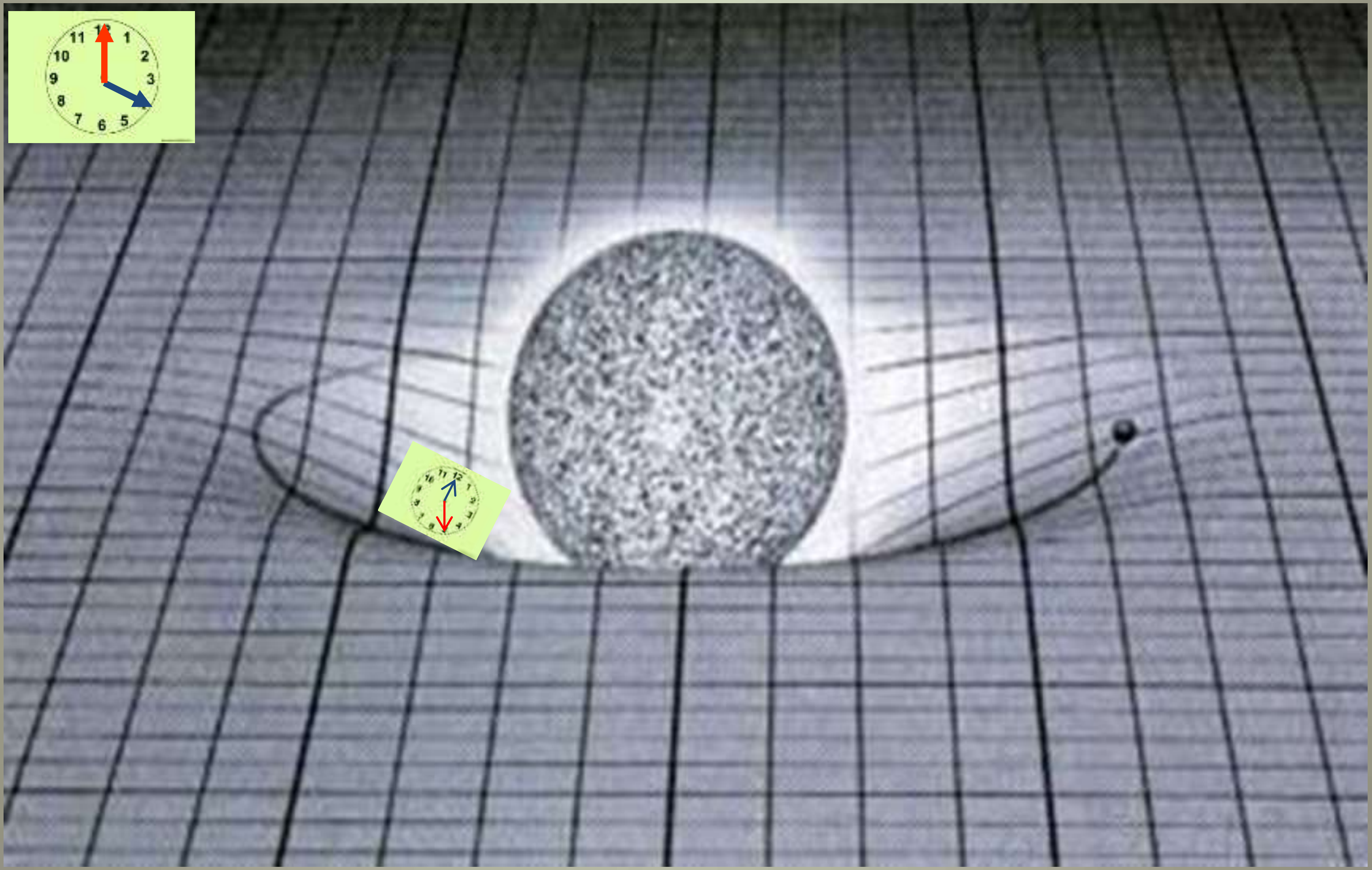
LA CURVATURA DELL'UNIVERSO



LA CURVATURA DELL'UNIVERSO



LA CURVATURA DELL'UNIVERSO



VELOCITA' DI FUGA

- Supponiamo che un corpo sia in moto di avvicinamento verso un corpo celeste.

VELOCITA' DI FUGA

- Supponiamo che un corpo sia in moto di avvicinamento verso un corpo celeste.
- Ogni massa produce un campo gravitazionale che altera la geometria spazio-temporale circostante.

VELOCITA' DI FUGA

- Supponiamo che un corpo sia in moto di avvicinamento verso un corpo celeste.
- Ogni massa produce un campo gravitazionale che altera la geometria spazio-temporale circostante.
- Per riconquistare la struttura euclidea bisogna allontanarsi dalla massa.

VELOCITA' DI FUGA

- Supponiamo che un corpo sia in moto di avvicinamento verso un corpo celeste.
- Ogni massa produce un campo gravitazionale che altera la geometria spazio-temporale circostante.
- Per riconquistare la struttura euclidea bisogna allontanarsi dalla massa.
- Serve una propulsione che faccia acquistare una velocità adeguata (velocità di fuga).

VELOCITA' DI FUGA

- Supponiamo che un corpo sia in moto di avvicinamento verso un corpo celeste.
- Ogni massa produce un campo gravitazionale che altera la geometria spazio-temporale circostante.
- Per riconquistare la struttura euclidea bisogna allontanarsi dalla massa.
- Serve una propulsione che faccia acquistare una velocità adeguata (velocità di fuga).
- La velocità di fuga dipende dalla massa.

VELOCITA' DI FUGA

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

G = 6,67x10^{-11} m^{3}kg^{-1}s^{-2} costante di gravitazione universale

M = massa da cui si vuole fuggire

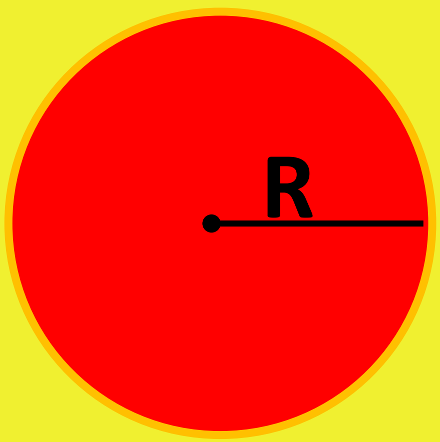
R = raggio del corpo

CORPO CELESTE	VELOCITA’ DI FUGA (Km/h)
SOLE	2.222.280
TERRA	40.320
MARTE	18.000
GIOVE	214.560
MERCURIO	15.966
LUNA	8.280
PLUTONE	4.320
SATURNO	127.800
VENERE	37.440
URANO	76.680
NETTUNO	83.880

RAGGIO DI SCHWARZCHILD

Consideriamo un corpo celeste, e supponiamo di far diminuire il suo raggio, conservando però la sua massa.

M

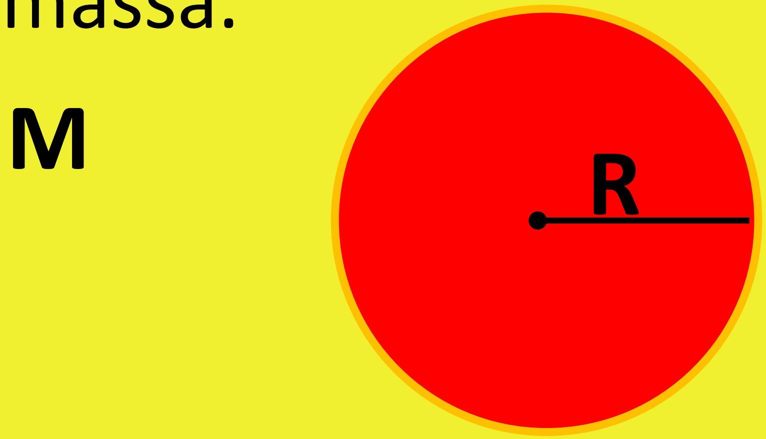


Esempio: stella che sta esaurendo il proprio combustibile nucleare.

Karl Schwarzschild 1873-1916

RAGGIO DI SCHWARZCHILD

Consideriamo un corpo celeste, e supponiamo di far diminuire il suo raggio, conservando però la sua massa.



Esempio: stella che sta esaurendo il proprio combustibile nucleare.

Karl Schwarzschild 1873-1916

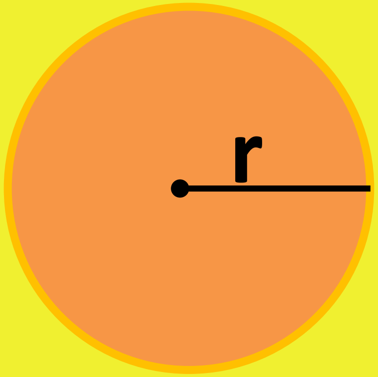
$$v_f = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

RAGGIO DI SCHWARZCHILD

Consideriamo un corpo celeste, e supponiamo di far diminuire il suo raggio, conservando però la sua massa.

M

r=3R/4



Esempio: stella che sta esaurendo il proprio combustibile nucleare.

Karl Schwarzschild 1873-1916

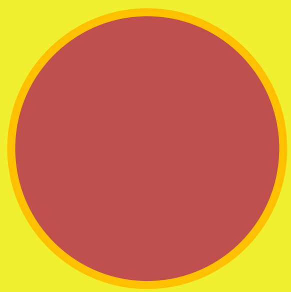
$$v'_f = 1.15 v_f$$

RAGGIO DI SCHWARZCHILD

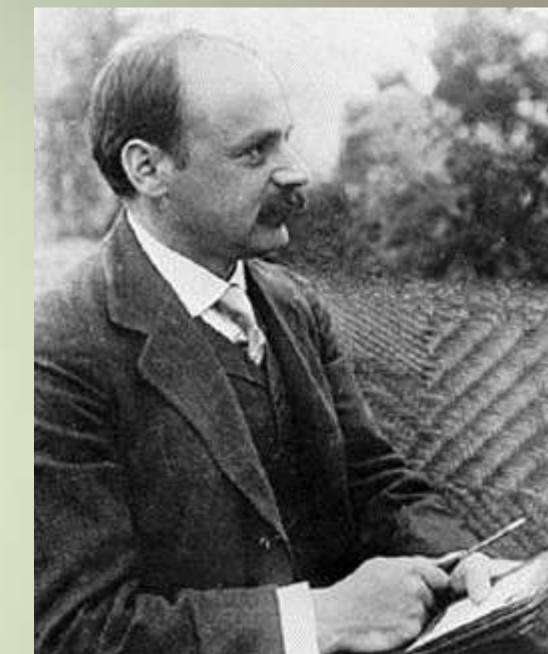
Consideriamo un corpo celeste, e supponiamo di far diminuire il suo raggio, conservando però la sua massa.

M

r=R/2



Esempio: stella che sta esaurendo il proprio combustibile nucleare.



Karl Schwarzschild 1873-1916

$$v'_f = 1.4 v_f$$

RAGGIO DI SCHWARZCHILD

Consideriamo un corpo celeste, e supponiamo di far diminuire il suo raggio, conservando però la sua massa.

M

r=R/10

Esempio: stella che sta esaurendo il proprio combustibile nucleare.

Karl Schwarzschild 1873-1916

$$v'_f = 3.1 v_f$$

RAGGIO DI SCHWARZCHILD

Consideriamo un corpo celeste, e supponiamo di far diminuire il suo raggio, conservando però la sua massa.

M

r=R/100

Esempio: stella che sta esaurendo il proprio combustibile nucleare.

Karl Schwarzschild 1873-1916

$$v'_f = 10 v_f$$

RAGGIO DI SCHWARZCHILD

Consideriamo un corpo celeste, e supponiamo di far diminuire il suo raggio, conservando però la sua massa.

M

•

$r=R/10^{10}$

Esempio: stella che sta esaurendo il proprio combustibile nucleare.

Karl Schwarzschild 1873-1916

$$v'_f = 100000 v_f$$

RAGGIO DI SCHWARZSCHILD

Ad un certo punto può capitare che

$$v'_f > c$$

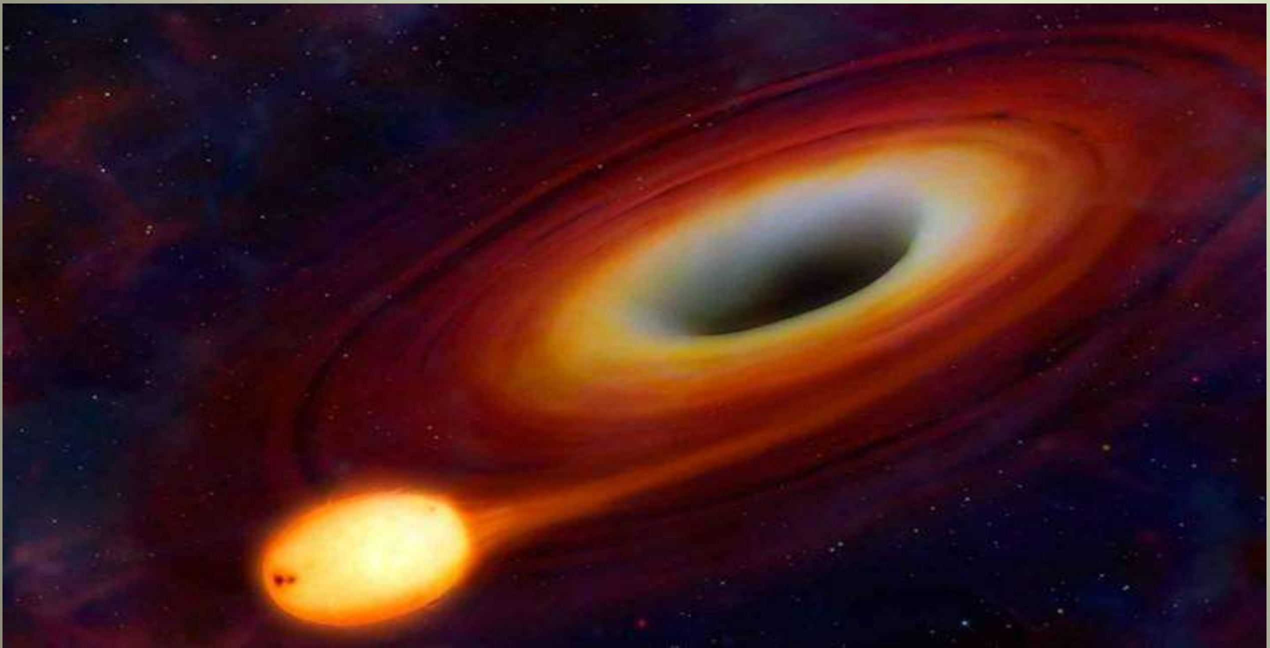
Il valore di R corrispondente è detto **raggio di Schwarzschild**, dal nome del fisico tedesco.

Karl Schwarzschild 1873-1916

RAGGIO DI SCHWARZCHILD

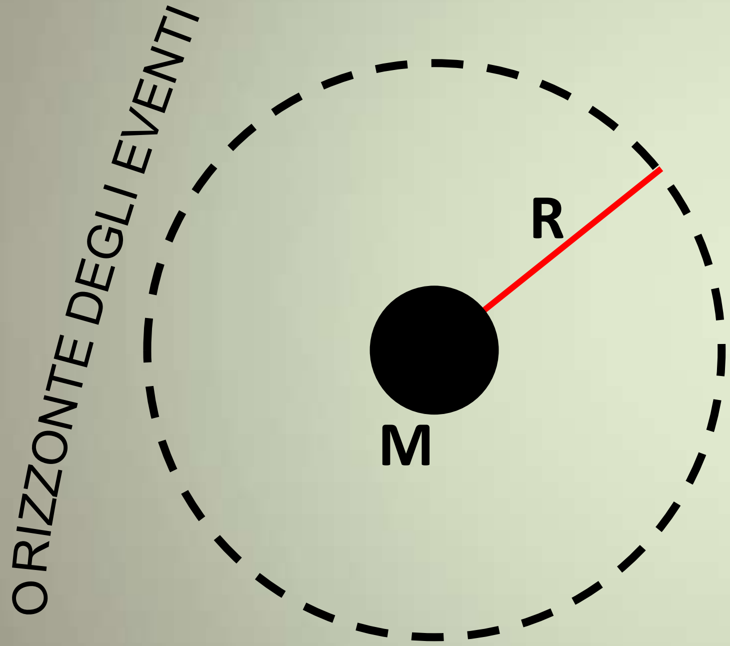
Da qui in poi neppure la luce può sfuggire dal campo gravitazionale del corpo celeste, e si ha così   un **buco nero**

Karl Schwarzschild
1873-1916



CORPO CELESTE	MASSA(Kg)
SOLE	$1,9891 \cdot 10^{30}$
TERRA	$5,97219 \cdot 10^{24}$
MARTE	$6,4191 \cdot 10^{23}$
GIOVE	$1,8987 \cdot 10^{27}$
MERCURIO	$3,33 \cdot 10^{23}$
LUNA	$7,342 \cdot 10^{22}$
PLUTONE	$1,309 \cdot 10^{22}$
SATURNO	$5,6851 \cdot 10^{26}$
VENERE	$4,8690 \cdot 10^{24}$
URANO	$8,6849 \cdot 10^{25}$
NETTUNO	$1,0244 \cdot 10^{26}$

OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



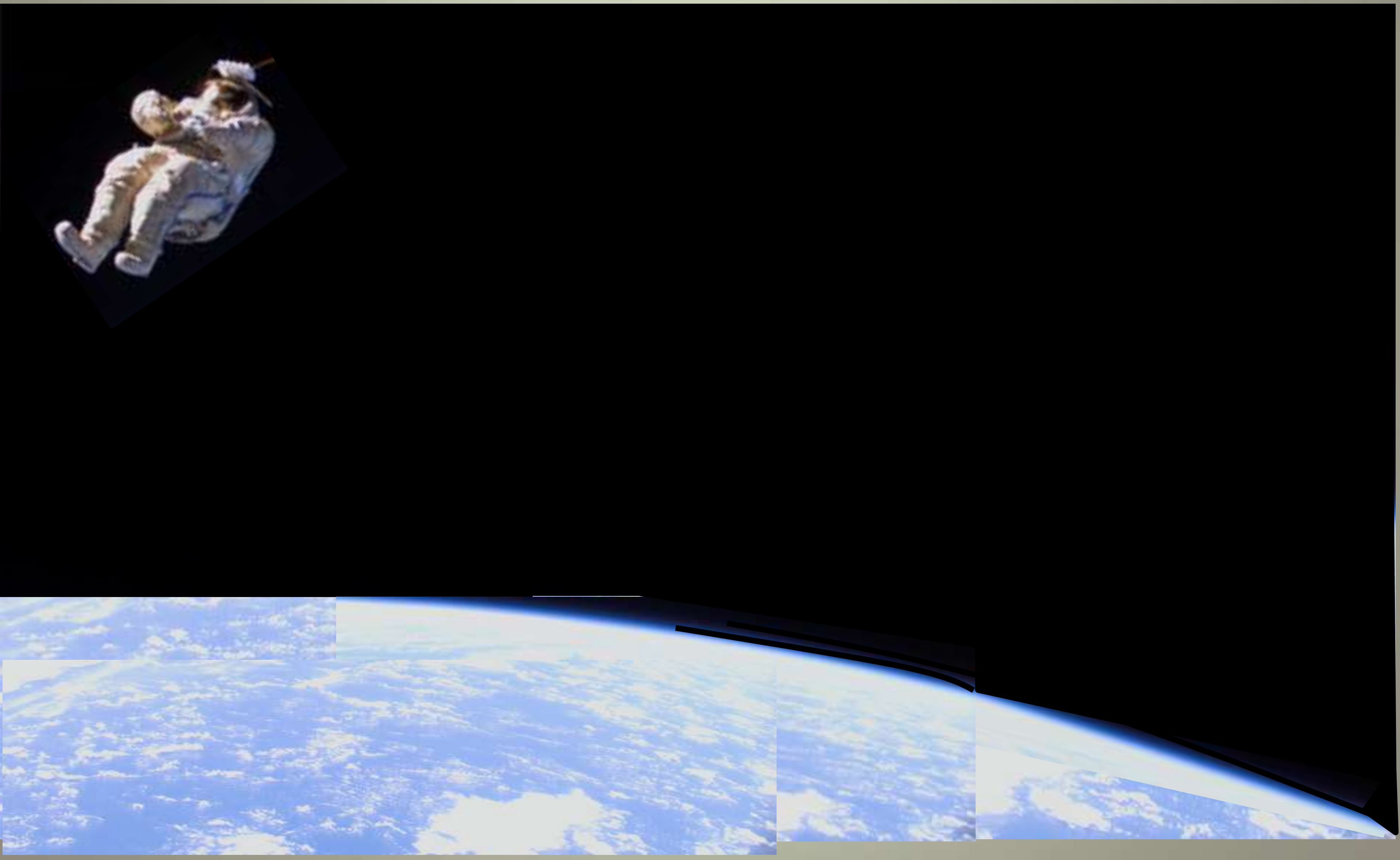
Cosa c'è oltre l'orizzonte degli eventi?

Si può attraversare?

Quali sono le sue caratteristiche?

Come si comporta la geometria?

OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



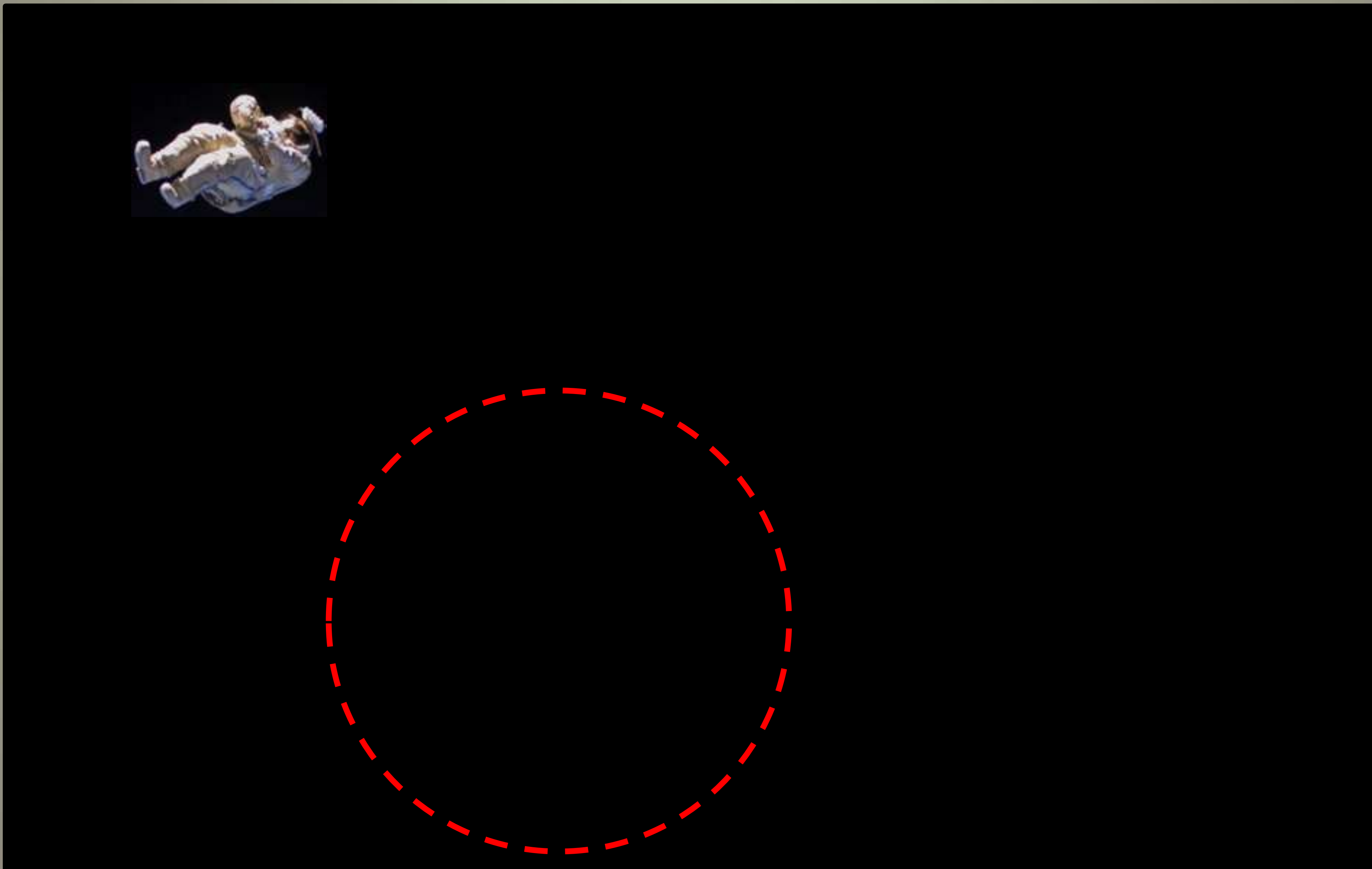
OLTRE L’ORIZZONTE DEGLI EVENTI

OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI

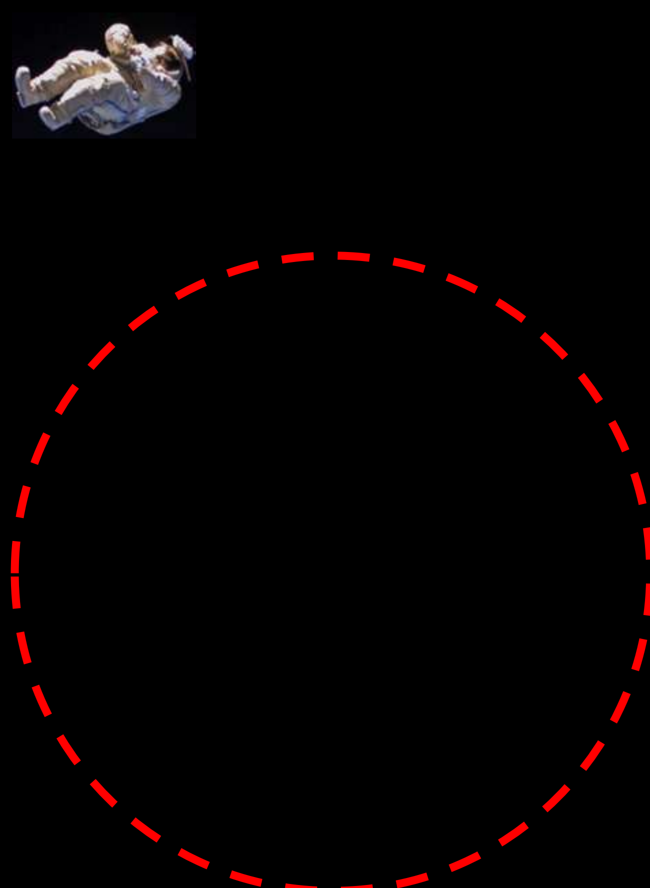
OLTRE L’ORIZZONTE DEGLI EVENTI

OLTRE L’ORIZZONTE DEGLI EVENTI

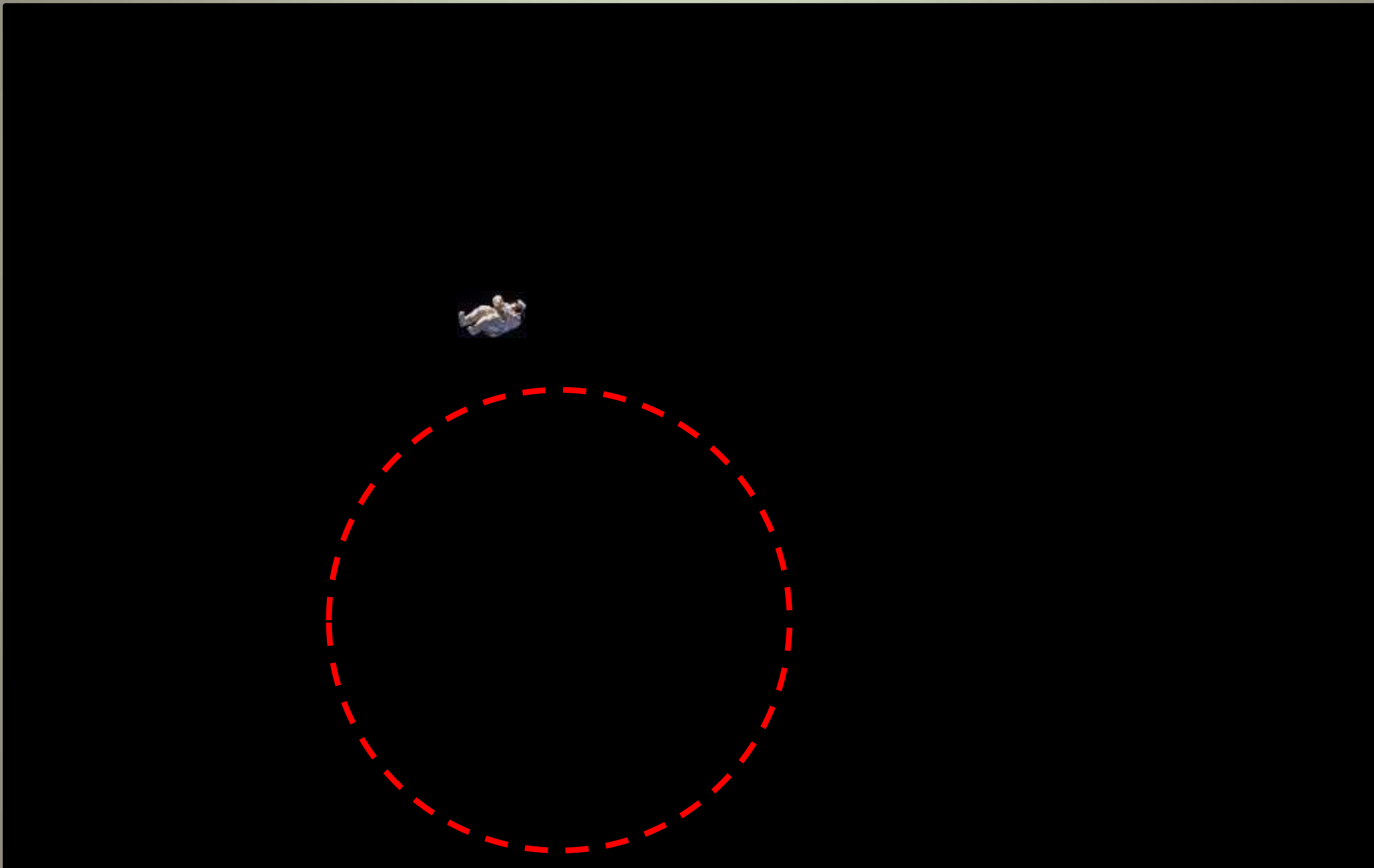
OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



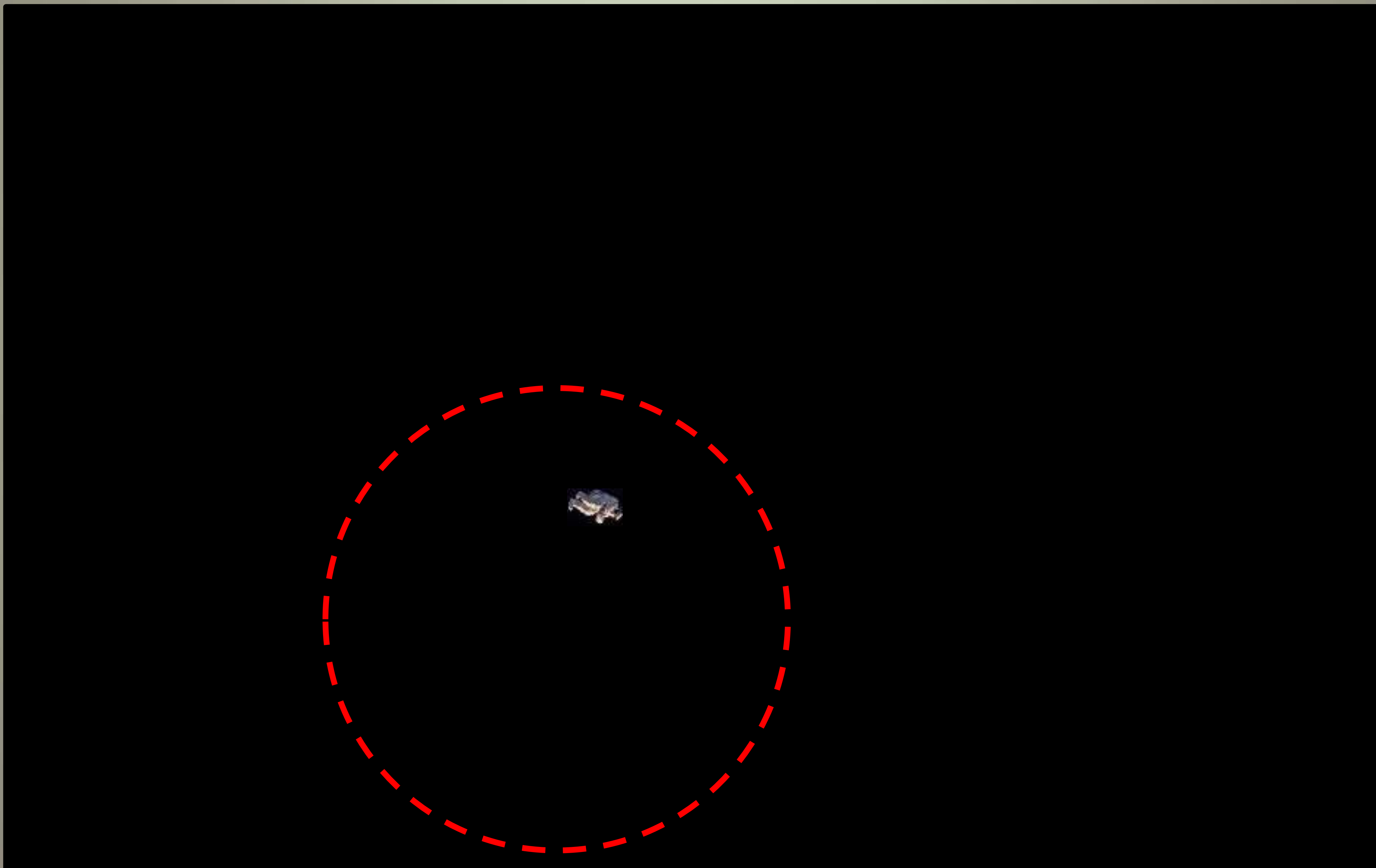
OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



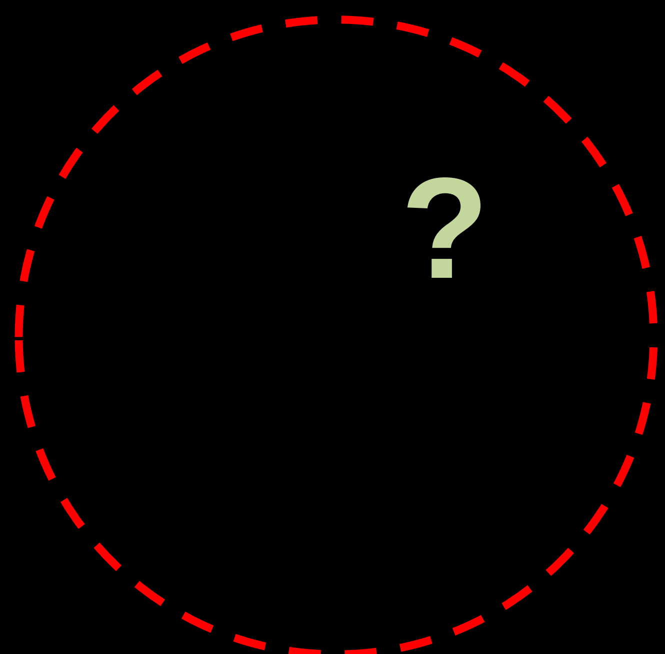
OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



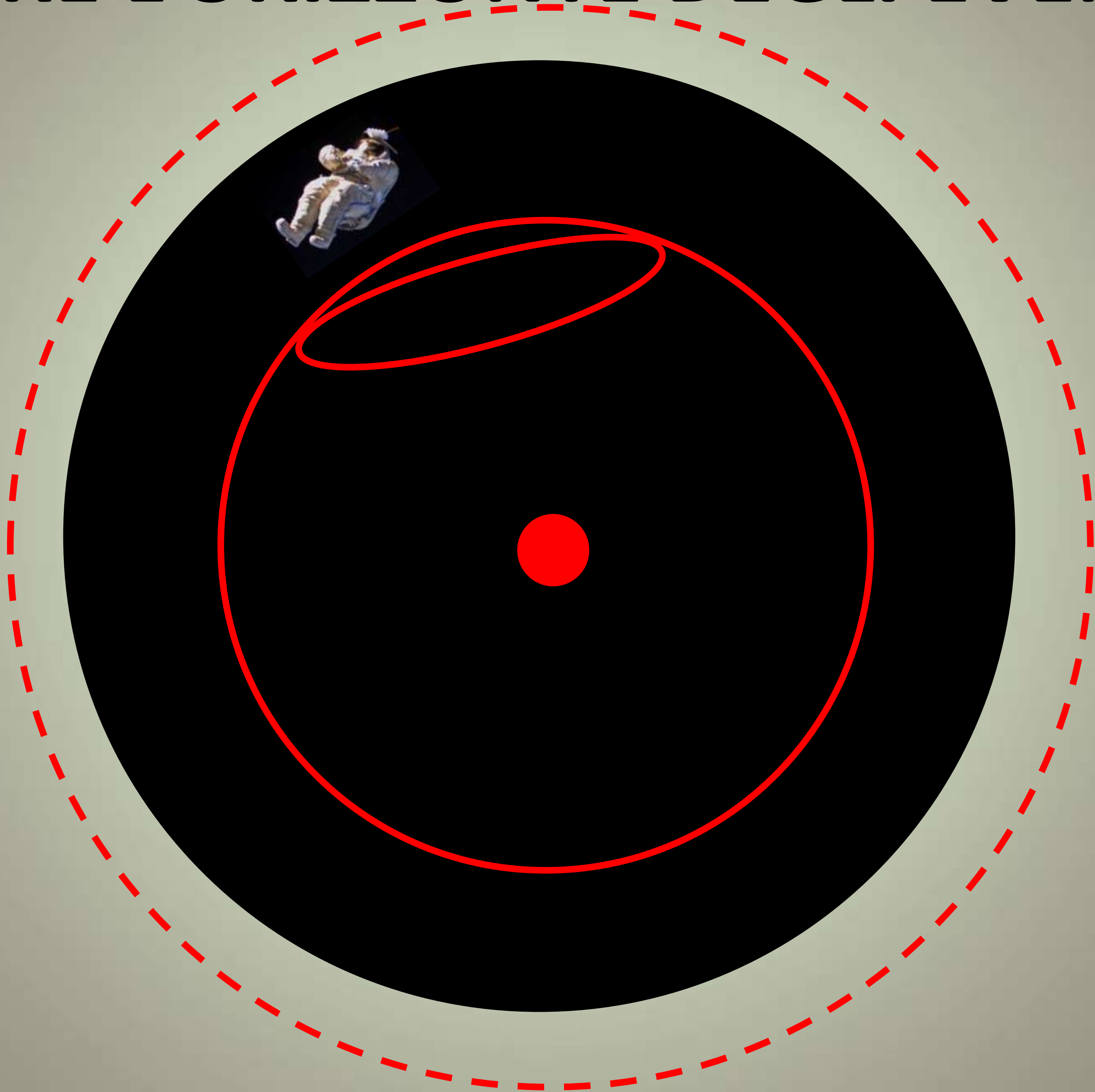
OLTRE L’ORIZZONTE DEGLI EVENTI



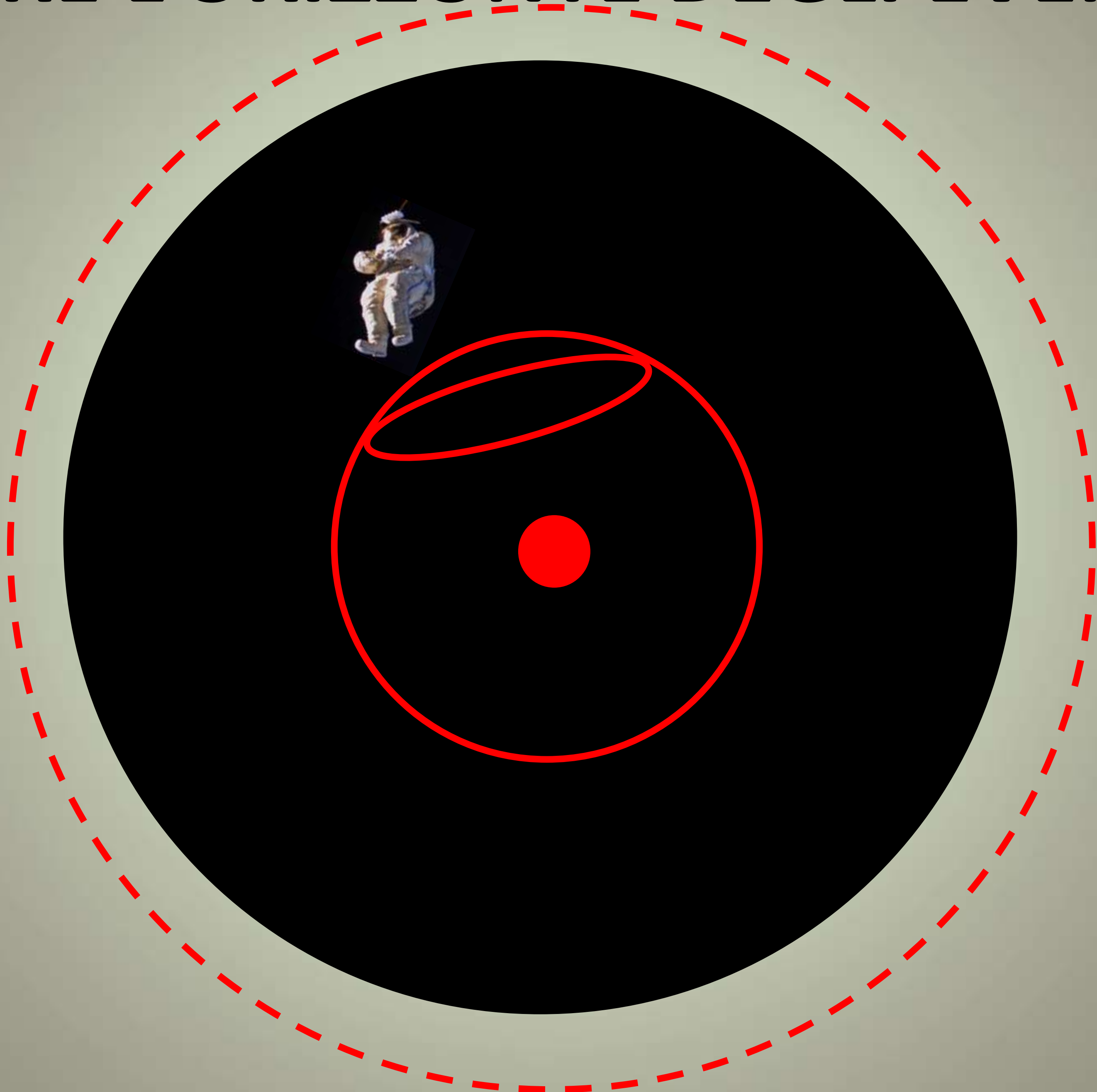
OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



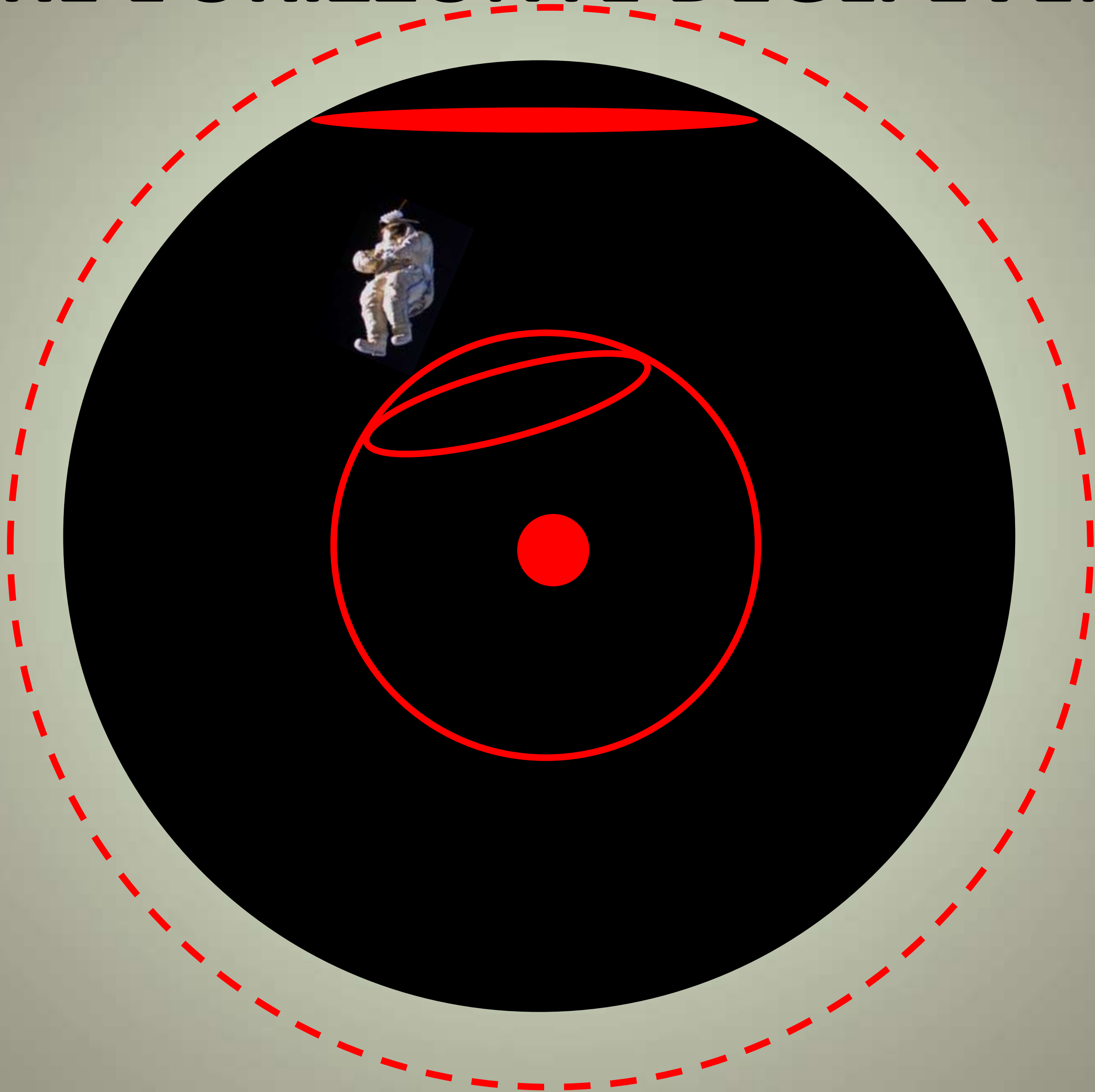
OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



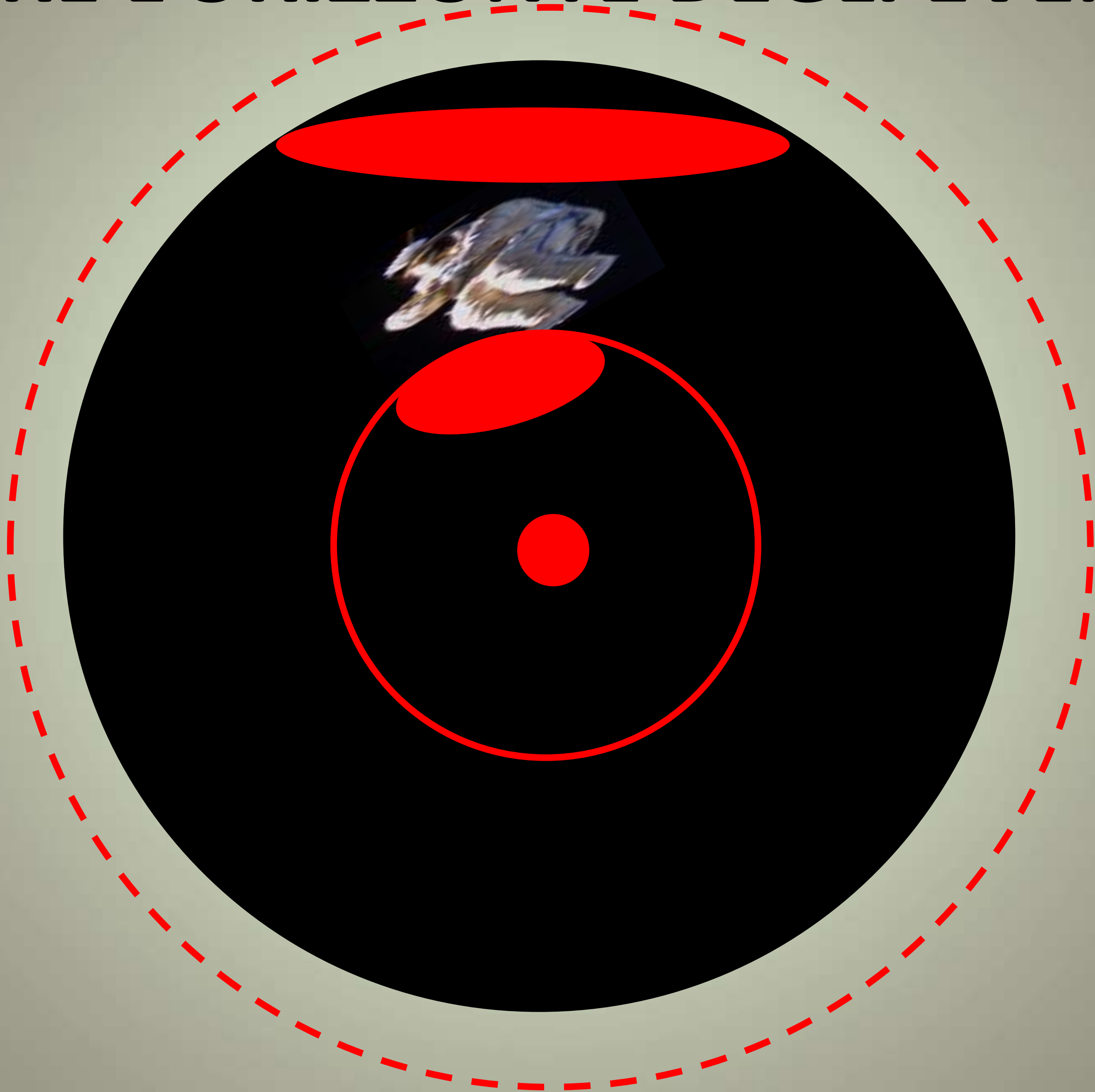
OLTRE L’ORIZZONTE DEGLI EVENTI



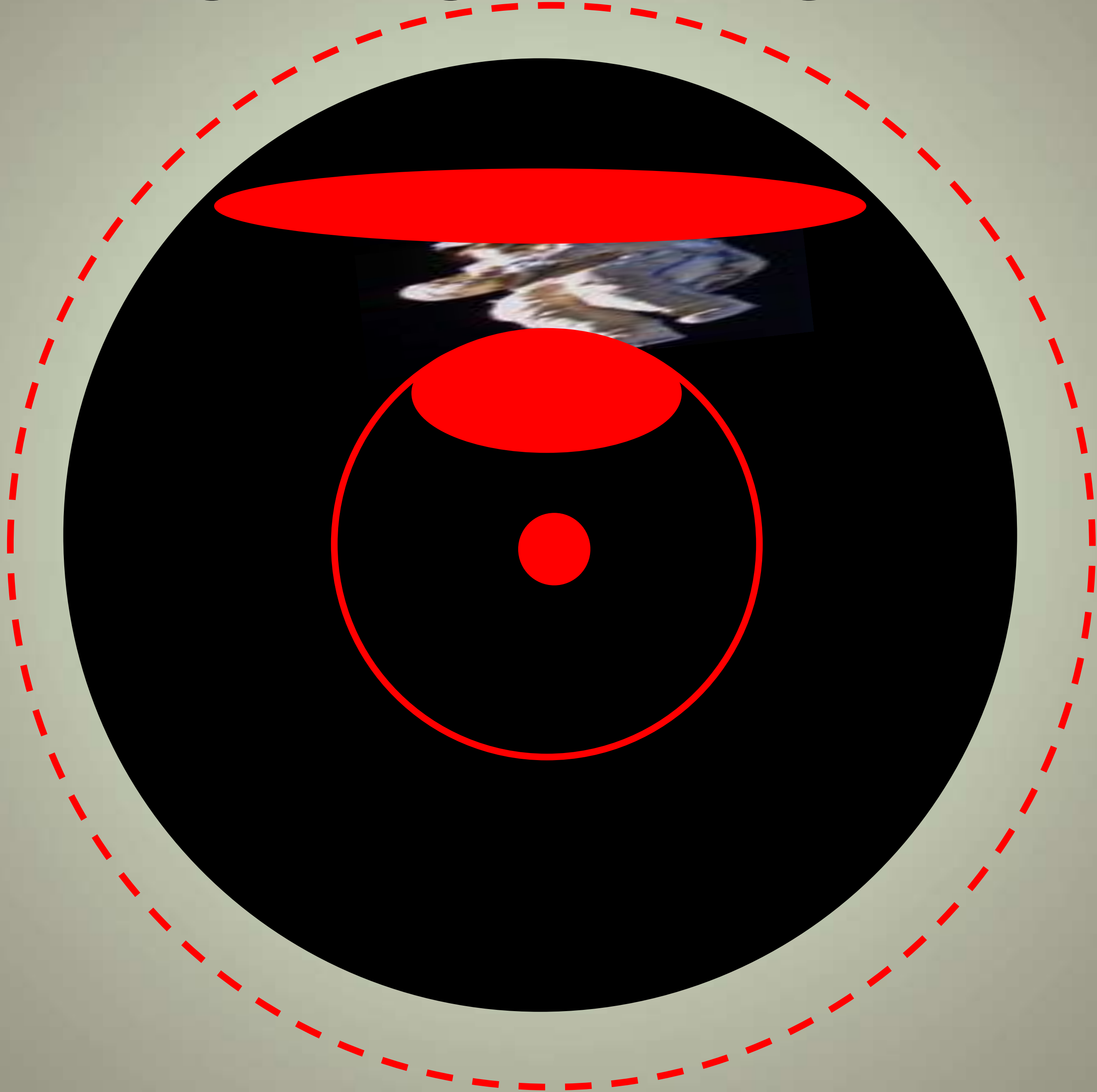
OLTRE L’ORIZZONTE DEGLI EVENTI



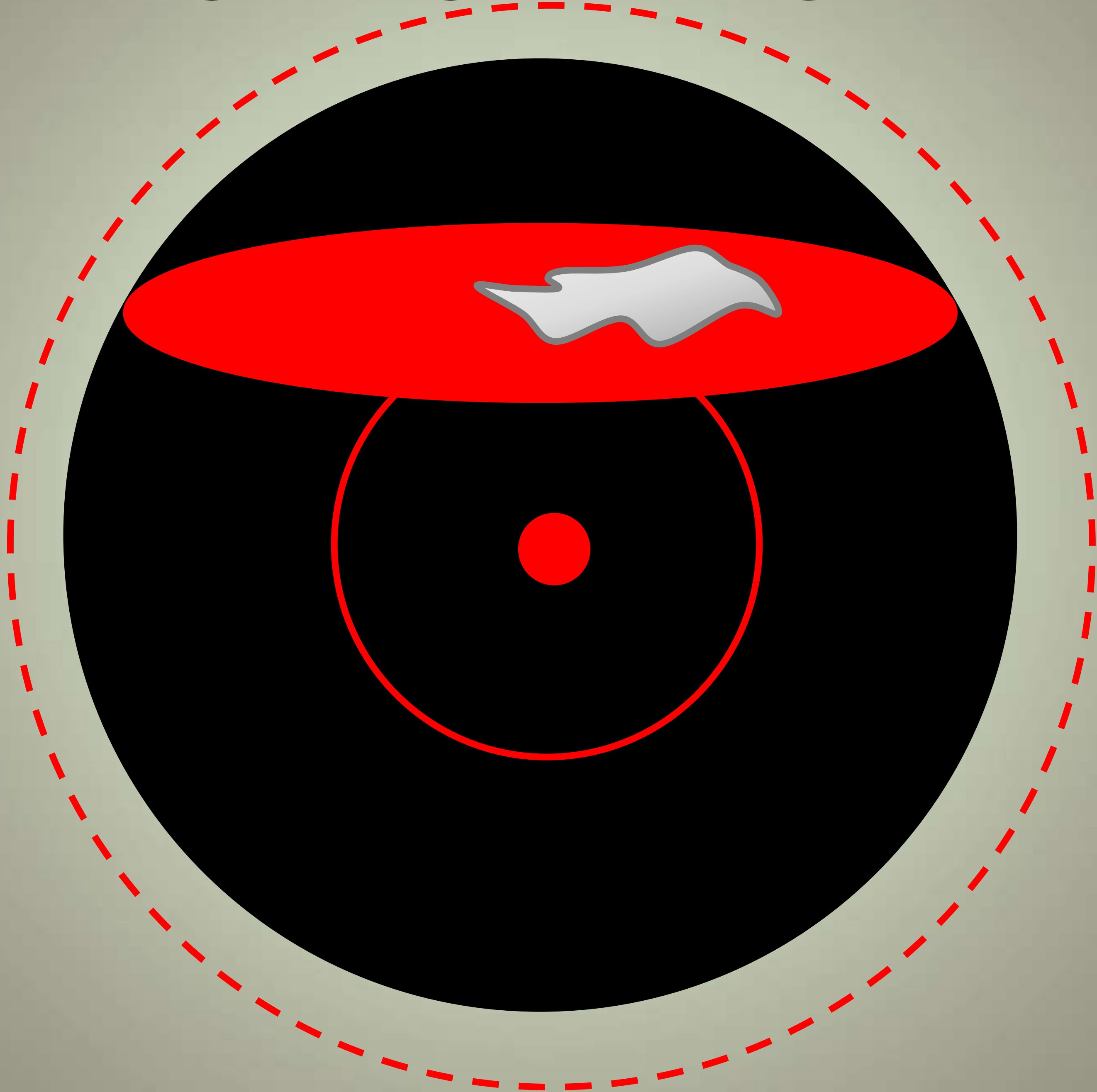
OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



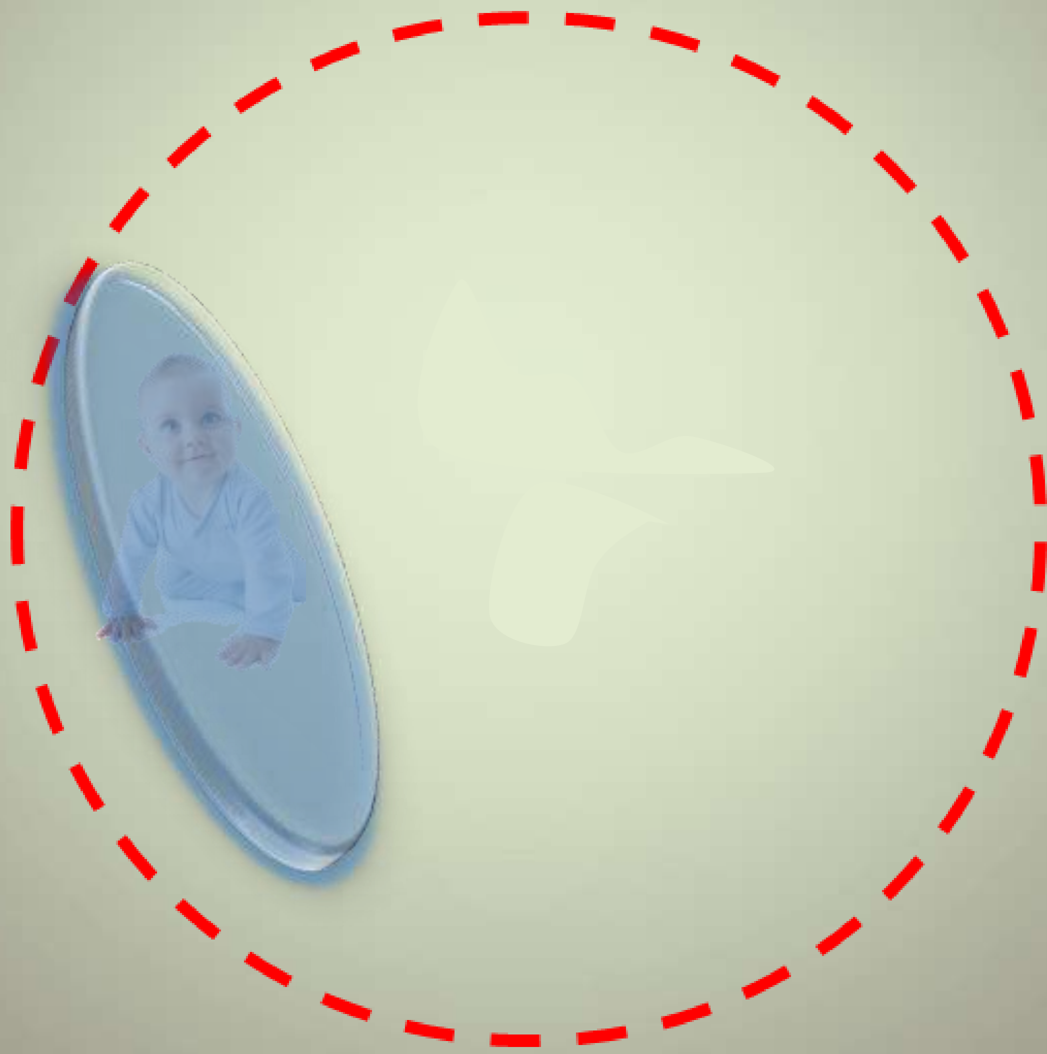
OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



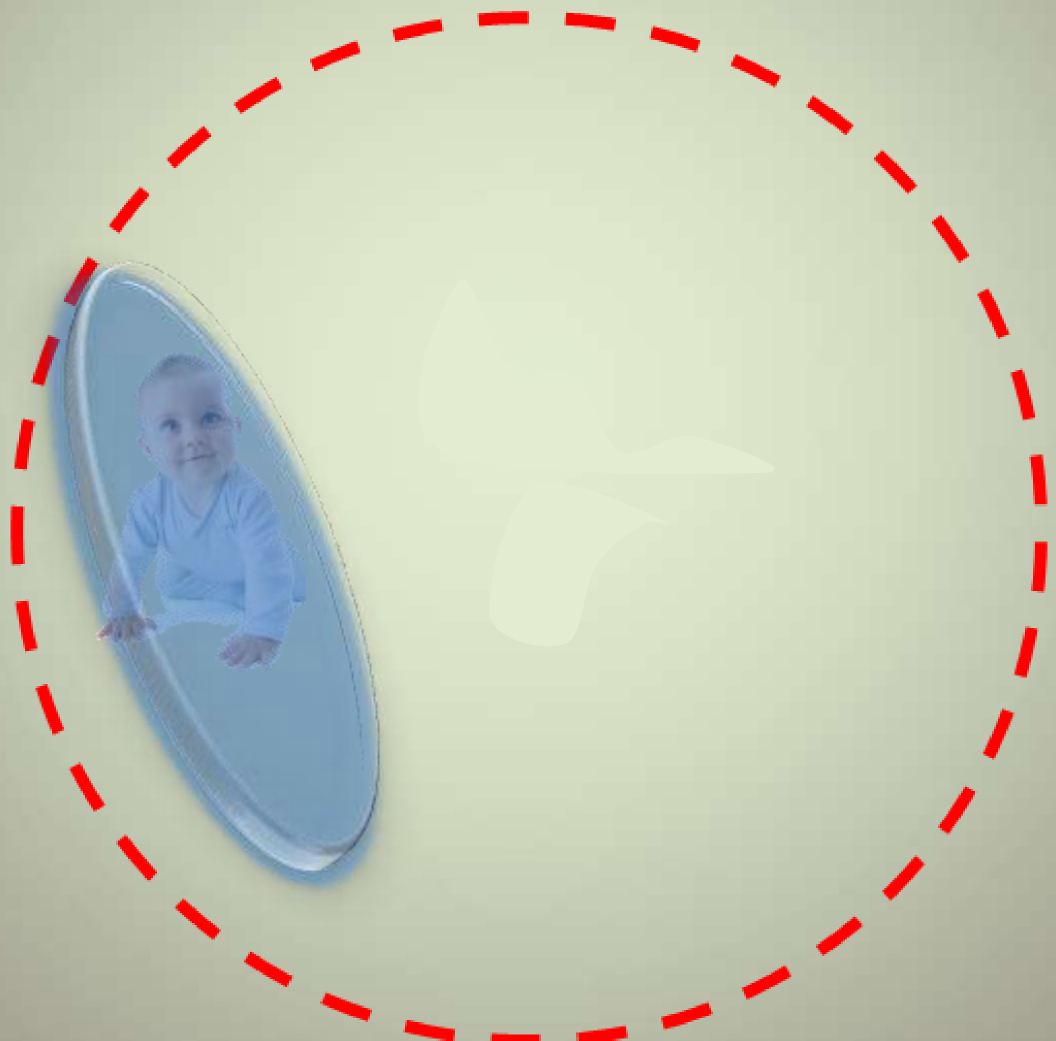
OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



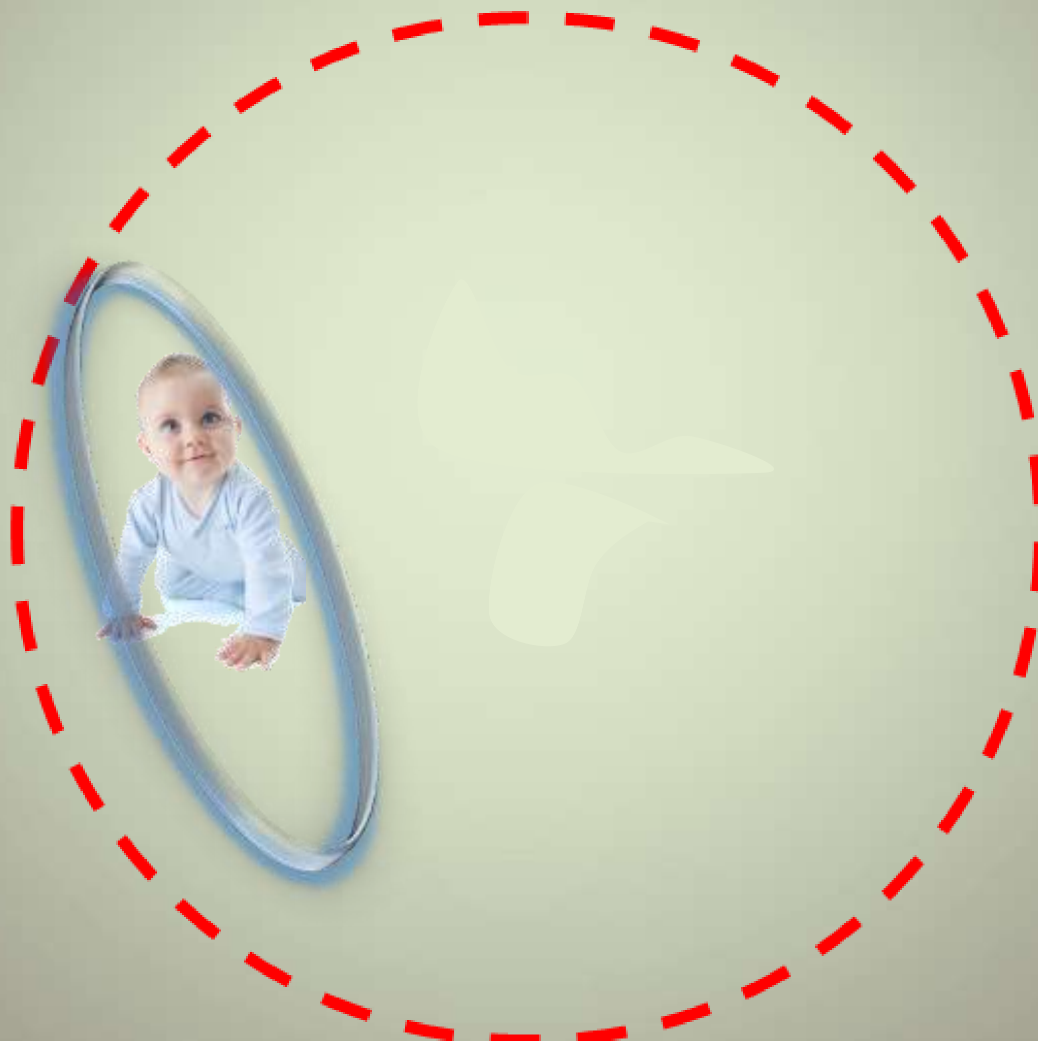
OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



OLTRE L’ORIZZONTE DEGLI EVENTI



OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI



OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI

OLTRE L’ORIZZONTE DEGLI EVENTI

OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI

OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI

OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI

OLTRE L'ORIZZONTE DEGLI EVENTI